

Funkcja kwadratowa

1. Dla jakich wartości m równanie $(m-1)x^2 + 2(m+1)x + m + 4 = 0$ ma 1 rozwiązanie?
2. Dla jakich wartości m równanie $(m^2 - 4)x^2 - (2m - 4)x + 1 = 0$ nie ma rozwiązań?
3. Dla jakich wartości m równanie $(2m - 3)x^2 + 4mx + m - 1 = 0$ ma 2 różne pierwiastki?
4. Określ liczbę rozwiązań równania w zależności od parametru m .
 - (a) $(m^2 - 1)x^2 - (m + 1)x + \frac{1}{2} = 0$
 - (b) $(m^2 - 7m + 6)x^2 - 2(m - 1)x + 1 = 0$
5. Funkcja g przyporządkowuje każdej wartości parametru $k \in R$ liczbę miejsc zerowych funkcji:
 - (a) $f(x) = (k - 2)x^2 - (k + 1)x - k$
 - (b) $f(x) = (k^2 - 1)x^2 + 2(k - 1)x + 2$Sporządź wykres funkcji g .
6. Dla jakich wartości m funkcja $f(x) = (m^2 + 5m - 6)x^2 - (m - 1)x - 2$ przyjmuje wartości ujemne dla każdego $x \in R$?
7. Dla jakich wartości m funkcja $f(x) = (m^2 - 3m + 2)x^2 + 2(m - 1)x + 1$ przyjmuje wartości dodatnie dla każdego $x \in R$?
8. Dla jakich wartości m nierówność $(m - 2)x^2 + 2mx - 1 < 0$ jest spełniona dla każdego $x \in R$?
9. Dla jakich wartości m nierówność $(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x + 2 > 0$ jest spełniona dla każdego $x \in R$?
10. Napisz wzór i narysuj wykres funkcji $y = g(m)$, która każdej liczbie rzeczywistej m przyporządkowuje najmniejszą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = -x^2 + (m^2 - 4)x + 2$ w przedziale $\langle -1, 1 \rangle$.
11. Dla jakich wartości m nierówność $mx^2 - m < 6x - 10$ nie spełnia żadna liczba rzeczywista?
12. Niech x_1, x_2 będą pierwiastkami trójmianu $y = x^2 - 7x + 4$. Oblicz wartość wyrażeń:
 - (a) $(x_1)^2 + (x_2)^2$
 - (b) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$
 - (c) $(x_1)^3 \cdot x_2 + x_1 \cdot (x_2)^3$
 - (d) $(x_1)^3 + (x_2)^3$
 - (e) $\frac{(x_1)^3 - (x_2)^3}{2 \cdot (x_1)^2 - 2 \cdot (x_2)^2}$
 - (f) $(x_1 - x_2)^2$
 - (g) $(x_1)^4 + (x_2)^4$
13. Liczby $x_1 = 5 + \sqrt{23}$, $x_2 = 5 - \sqrt{23}$ są rozwiązaniami równania $x^2 - (p^2 + q^2)x + (p + q) = 0$. Wyznacz p i q .
14. Dla jakich wartości m równanie $x^2 + 2(m - 5)x + m^2 - 6m + 5 = 0$ ma 2 pierwiastki różnych znaków?
15. Dla jakich wartości m równanie $x^2 - (2m - 1)x + m^2 + m - 6 = 0$ ma 2 różne rozwiązania jednakowych znaków?
16. Dla jakich wartości m równanie $x^2 - (2m + 1)x + m - 2 = 0$ ma 2 różne rozwiązania dodatnie?
17. Dla jakich wartości k równanie $x^2 - 2kx + k^2 - 4 = 0$ ma 2 różne pierwiastki ujemne?
18. Dla jakich wartości m rozwiązania x_1, x_2 równania $x^2 + 13x - 24 = (10 - m)x - 15$ spełniają warunek $(x_1)^2 + (x_2)^2 + 3x_1x_2 = 0$?
19. Dla jakich wartości m równanie $x^2 + mx + 2 = 0$ ma 2 różne pierwiastki, których suma kwadratów jest większa od $2m^2 - 13$?
20. Dla jakich wartości m równanie $2x^2 - (m - 2)x - 3m = 0$ ma 2 różne pierwiastki x_1, x_2 spełniające warunek $(x_1 - x_2)^2 \leq 25$?
21. Dla jakich wartości m równanie $x^2 + 2(1 - m)x + m^2 - m = 0$ ma 2 różne rozwiązania x_1, x_2 spełniające warunek $x_1x_2 \leq 6m \leq (x_1)^2 + (x_2)^2$?
22. Dla jakich wartości m równanie $2x^2 + (3 - 2m)x - m + 1 = 0$ ma 2 różne pierwiastki x_1, x_2 takie, że $|x_1 - x_2| = 3$?

23. Dla jakich wartości m równanie $mx^2 - 4|x| + m + 3 = 0$ ma 4 różne rozwiązania?
24. Dla jakich wartości m różne rozwiązania x_1, x_2 równania $x^2 - (m - 5)x + m^2 - 6m + 5 = 0$ spełniają warunek $(x_1)^2 + (x_2)^2 > 7$?
25. Dla jakich wartości k równanie $x^2 + 2(k - 3)x + k^2 - 5k + 2 = 0$ ma 2 różne pierwiastki x_1, x_2 spełniające warunek $x_1 \cdot x_2 \geq x_1 + x_2$?
26. Dla jakich wartości m suma kwadratów miejsc zerowych funkcji $f(x) = x^2 - (m - 1)x + 2m - 5$ jest większe od 11?
27. Dla jakich wartości m różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 trójmianu $y = x^2 + \sqrt{5}mx + m^2 + m + 3$ spełniają warunek $(x_1)^2 + (x_2)^2 \geq 3x_1x_2$?
28. Dla jakich wartości k równanie $x^2 + (2k - 1)x + k^2 + 2 = 0$ ma 2 rozwiązania, z których jedno jest 2 razy większe od drugiego?
29. Dla jakich wartości m równanie $mx^2 - (m + 3)x + 3 = 0$ ma 2 rozwiązania, których stosunek wynosi $\frac{2}{3}$?
30. Dla jakich wartości m suma kwadratów rozwiązań rzeczywistych równania jest najmniejsza?
 - (a) $x^2 - (m - 5)x + 2(3 - m) = 0$
 - (b) $x^2 + mx - m + 3 = 0$
31. Dla jakich wartości m liczba 1 jest zawarta pomiędzy różnymi pierwiastkami równania $(m + 1)x^2 - 2x + m - 1 = 0$?
32. Dla jakich wartości m równanie $x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ ma 2 różne pierwiastki mniejsze od 2?
33. Określ liczbę rozwiązań podanych równań w zależności od parametru m .
 - (a) $x^2 - 4|x| + 3 = m$
 - (b) $|-x^2 + 4x + 5| = m$
 - (c) $(x - 4)|x - 2| = m$
34. Dla jakich wartości m równanie $|x - 2| = m^2 - 3m + 2$ ma 2 rozwiązania różnych znaków?
35. Wyznacz wzór funkcji kwadratowej, która przechodzi przez punkt $A = (0, -3)$, jeżeli suma odwrotności miejsc zerowych funkcji wynosi $(-\frac{2}{3})$, a suma kwadratów tych miejsc jest równa 10.
36. Dany jest trójmian $f(x) = (m + 1)x^2 + 2(m - 2)x - m + 4$. Dla jakich wartości m trójmian ten ma 2 różne pierwiastki x_1, x_2 spełniające warunek $(x_1)^2 - (x_2)^2 = (x_1)^4 - (x_2)^4$?
37. Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej m prawdziwa jest nierówność $20x^2 - 24mx + 18m^2 \geq 4x + 12m - 5$.
38. Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 - (2m + 2)x + 2m + 5$ ma 2 różne pierwiastki x_1, x_2 takie, że suma kwadratów odległości punktów $A = (x_1, 0)$ i $B = (x_2, 0)$ od prostej $x + y + 1 = 0$ jest równa 6.
39. Dla jakich wartości m dziedziną funkcji $f(x) = \frac{x^2+1}{\sqrt{(m^2-9)x^2-2(m+3)x+1}}$ jest zbiór liczb rzeczywistych?