

**Zadanie 10.52.** [matura, maj 2024, zadanie 11. (5 pkt)]

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  środek  $S$  okręgu o promieniu  $\sqrt{5}$  leży na prostej o równaniu  $y = x + 1$ . Przez punkt  $A = (1, 2)$ , którego odległość od punktu  $S$  jest większa od  $\sqrt{5}$ , poprowadzono dwie proste styczne do tego okręgu w punktach – odpowiednio –  $B$  i  $C$ . Pole czworokąta  $ABSC$  jest równe 15. Oblicz współrzędne punktu  $S$ . Rozważ wszystkie przypadki. Zapisz obliczenia.

**Zadanie 10.47.** [matura, czerwiec 2022, zadanie 14. (6 pkt)]

Dane są okrąg  $o_1$  o równaniu  $(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 98$  oraz okrąg  $o_2$  o promieniu  $2\sqrt{5}$ . Środki okręgów  $o_1$  i  $o_2$  leżą po różnych stronach prostej  $k$  o równaniu  $y = -3x - 6$ , a punkty wspólne obu okręgów leżą na prostej  $k$ . Wyznacz równanie okręgu  $o_2$ .

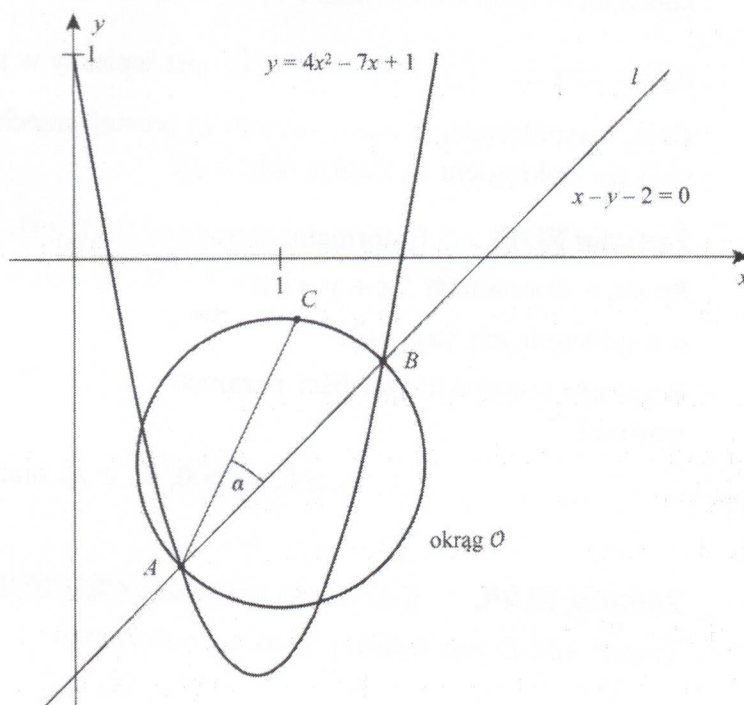
**Zadanie 10.56.** [matura, czerwiec 2025, zadanie 11. (6 pkt)]

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  dany jest równoległobok  $ABCD$  o wierzchołkach  $A = (-8, -1)$  i  $D = (-13, 9)$  oraz środka symetrii  $M = \left(-\frac{9}{2}, 1\right)$ . Okrąg  $\mathcal{O}$  przechodzi przez początek tego układu i jest styczny do prostych zawierających boki  $AB$  i  $BC$  tego równoległoboku. Druga współrzędna środka okręgu  $\mathcal{O}$  jest liczbą ujemną. Wyznacz równanie okręgu  $\mathcal{O}$ . Zapisz obliczenia.

**Zadanie 10.49.** [matura, maj 2023, zadanie 15. (6 pkt)]

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  prosta  $l$  o równaniu  $x - y - 2 = 0$  przecina parabolę o równaniu  $y = 4x^2 - 7x + 1$  w punktach  $A$  oraz  $B$ . Odcinek  $AB$  jest średnicą okręgu  $\mathcal{O}$ . Punkt  $C$  leży na okręgu  $\mathcal{O}$  nad prostą  $l$ , a kąt  $BAC$  jest ostry i ma miarę  $\alpha$  taką, że  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}$  (zobacz rysunek).

Oblicz współrzędne punktu  $C$ . Zapisz obliczenia.



**Zadanie 10.50.** [matura, czerwiec 2023, zadanie 9. (4 pkt)]

W okrąg o równaniu  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$  wpisano trójkąt  $ABC$ . Bok  $AB$  tego trójkąta jest zawarty w prostej o równaniu  $4x - 3y + 2 = 0$ . Wysokość  $CD$  tego trójkąta dzieli bok  $AB$  tak, że  $|AD| = 4 \cdot |DB|$ . Oblicz pole trójkąta  $ABC$ . Zapisz obliczenia.

**Zadanie 10.54.** [test diagnostyczny, grudzień 2024, zadanie 7. (4 pkt)]

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  dane są: okrąg o równaniu  $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 50$  i punkty  $A = (6, 4)$  oraz  $B = (-6, 8)$ . Punkt  $C$  leży na tym okręgu i  $|AC| = |BC|$ . Oblicz współrzędne punktu  $C$ . Rozważ wszystkie przypadki. Zapisz obliczenia.