

Zestaw A. Zadania powtórzeniowe

→ Odpowiedzi
s. 156

1. W której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta α , jeżeli zachodzą nierówności $\sin \alpha \cdot \cos \alpha > 0$ oraz $\sin \alpha + \cos \alpha < 0$?

2. Oblicz.

a) $\frac{\sin 150^\circ}{\cos 120^\circ}$

b) $\frac{\operatorname{tg} 225^\circ - \operatorname{tg} 315^\circ}{\sin 135^\circ \cdot \cos 135^\circ}$

c) $\frac{\sin^2 240^\circ}{\cos 300^\circ}$

3. Oblicz.

a) $\sin 810^\circ$

c) $\operatorname{tg} 570^\circ$

e) $\sin(-240^\circ)$

g) $\operatorname{tg}(-510^\circ)$

b) $\cos 765^\circ$

d) $\cos 1080^\circ$

f) $\cos(-690^\circ)$

h) $\sin 2010^\circ$

4. Kąt α jest kątem środkowym w okręgu o promieniu r opartym na łuku o długości l . Uzupełnij tabelę.

$$\alpha = \frac{l}{r}$$

r	6	8		3	9			4
l	2π	14π	2π			14	11π	
α (w stopniach)					320°		$82^\circ 30'$	$11^\circ 15'$
α (w radianach)			$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{7}{6}\pi$		$\frac{7}{12}\pi$		

5. Oblicz.

a) $\sin \frac{3}{4}\pi$

c) $\operatorname{tg} \frac{7}{6}\pi$

e) $\cos 11\pi$

g) $\sin \frac{19}{2}\pi$

b) $\cos \frac{2}{3}\pi$

d) $\sin(-\frac{20}{3}\pi)$

f) $\operatorname{tg}(-\frac{7}{3}\pi)$

h) $\cos(-\frac{11}{4}\pi)$

6. Wyznacz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych zmiennej x .

a) $\cos x = 0,6$ i $x \in (\frac{3}{2}\pi; 2\pi)$

c) $\operatorname{tg} x = 2,4$ i $x \in (\pi; \frac{3}{2}\pi)$

b) $\sin x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ i $x \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$

d) $\operatorname{tg} x = -\frac{8}{15}$ i $x \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$

7. Oblicz $\sin 2x$ oraz $\cos 2x$, jeśli:

a) $\sin x = \frac{4}{5}$ i $x \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$,

c) $\operatorname{tg} x = -3$ i $x \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$,

b) $\cos x = \frac{1}{5}$ i $x \in (\frac{3}{2}\pi; 2\pi)$,

d) $\cos x = -\frac{1}{3}$ i $x \in (\pi; \frac{3}{2}\pi)$.

8. Oblicz $\sin x$ oraz $\cos x$, jeśli:

a) $\cos 2x = \frac{1}{8}$ i $x \in (0; \frac{\pi}{2})$,

c) $\sin x + \cos x = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ i $x \in (0; \frac{\pi}{2})$,

b) $\sin 2x = \frac{12}{13}$ i $x \in (\pi; \frac{3}{2}\pi)$,

d) $\cos(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{5}}{5}$ i $x \in (\pi; \frac{3}{2}\pi)$.

9. Naskicuj wykres funkcji f i odczytaj z niego wartość największą funkcji f oraz jej wartość najmniejszą.

a) $f(x) = \sin x - 2$

c) $f(x) = \sin(x - \frac{\pi}{3}) + 1$

e) $f(x) = 1 - \sin(x + \frac{\pi}{2})$

b) $f(x) = \cos x + 1$

d) $f(x) = \cos(x + \frac{\pi}{6}) - \frac{1}{2}$

f) $f(x) = 3 - \cos(x - \frac{\pi}{2})$



Film –
rozwiązanie
zadania



11 min



Kod: E7ACWG
app.nowaterazmatura.pl



Film –
rozwiązanie
zadania



7 min

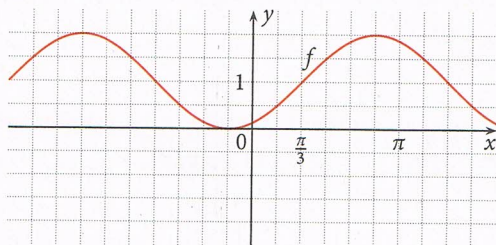


Kod: D5ATMG
app.nowaterazmatura.pl

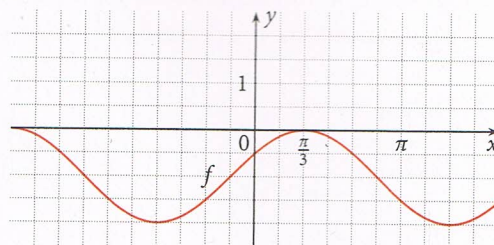
POWTÓRZENIE DZIAŁ PO DZIALE

10. Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f , który otrzymano przez przesunięcie wykresu funkcji $g(x) = \sin x$. Podaj wzór funkcji f .

a)



b)



11. Rozwiąż graficznie równanie $f(x) = g(x)$ w przedziale $[0; 2\pi]$.

a) $f(x) = \cos x$, $g(x) = \sin x$

b) $f(x) = \sin x$, $g(x) = 1 - \cos x$

12. Wyznacz podaną wartość w zależności od $a = \cos 26^\circ$.

a) $\cos 52^\circ$

b) $\sin 64^\circ$

c) $\sin 13^\circ$

d) $\sin 19^\circ$

13. Oblicz.

a) $\sin \frac{\pi}{12}$

b) $\cos \frac{5}{12}\pi$

c) $\sin 15^\circ \cdot \sin 75^\circ$

d) $\sin \frac{3}{8}\pi \cdot \cos \frac{3}{8}\pi$

e) $\sin 43^\circ \cdot \cos 47^\circ + \sin 47^\circ \cdot \cos 43^\circ$

f) $\cos \frac{2}{9}\pi \cdot \cos \frac{\pi}{9} - \sin \frac{2}{9}\pi \cdot \sin \frac{\pi}{9}$

g) $\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \frac{\pi}{12} + \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{12}$

h) $\cos \frac{7}{12}\pi + \sin \frac{7}{12}\pi$

14. Udowodnij tożsamość trygonometryczną.

a) $\operatorname{tg}^2 x \cdot \frac{\cos x}{1 - \cos x} = \frac{1 + \cos x}{\cos x}$

b) $\frac{\cos 2x}{1 + \sin 2x} = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$

c) $\cos 2x(1 + \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x) = 1$

d) $\frac{1}{1 - \cos 2x} - \frac{1}{1 + \cos 2x} = \frac{2 \cos 2x}{\sin^2 2x}$

e) $\frac{\sin(x+y) - \sin(x-y)}{\cos(x+y) - \cos(x-y)} = -\frac{1}{\operatorname{tg} x}$

f) $\cos^2(x+y) - \cos^2(x-y) = -\sin 2x \sin 2y$

15. Rozwiąż równanie.

a) $\frac{1 - \sin 2x}{2} = 1$

c) $\sin(2x - \frac{\pi}{3}) = -1$

e) $|1 - \sqrt{2} \sin x| = 2$

b) $\sqrt{2} \cos \frac{x}{2} = 1$

d) $2 \cos(3x - \frac{\pi}{2}) = -1$

f) $|2 \sin 3x - 3| = 4$

16. Rozwiąż równanie.

a) $(2 \cos x - 1)(2 \cos x + 1) = 3$

e) $\sin 2x + \cos x = 0$

b) $3 \sin^2 x - \cos^2 x = 0$

f) $4 \cos^2 x - \cos 2x = 2$

c) $\operatorname{tg}^2 x = \sqrt{3} \operatorname{tg} x$

g) $\cos x \sin 2x = 2 \sin x$

d) $2 \cos^3 x + \cos^2 x - 2 \cos x = 1$

h) $2 \sin x - \sin 2x = \sqrt{3}(\cos x - 1)$

17. Wyznacz wszystkie rozwiązania równania należące do przedziału $[0; 2\pi]$.

a) $2 \sin^2 x \cos x = \sin x$

c) $\cos 3x \cos x = 1 - \sin 3x \sin x$

b) $\sin 2x \cos x - \sin x \cos 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

d) $4 \operatorname{tg} x \cos^2 x = 1$

Film –
rozwiązanie
zadania



7 min



Kod: KJVDTR
app.nowaterazmatura.pl

$$a) \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}$$

Film –
rozwiązanie
zadania



5 min



Kod: XRVLW3
app.nowaterazmatura.pl

18. Rozwiąż równanie.

a) $2 \sin^2 x - 7 \sin x - 4 = 0$

b) $\cos^2 x + 2 \cos x - 3 = 0$

c) $\sqrt{2} \sin x - 2 \cos^2 x = 0$

d) $\cos^2 x - \sin x - 1 = 0$

e) $3 \cos x = 3 \cos^2 x - 2 \sin^2 x \cos x$

f) $\sqrt{3} \cos 2x + 9 \cos x + 4\sqrt{3} = 0$

19. Rozwiąż równanie.

a) $\cos 4x + \cos 2x = 0$

b) $\sin 5x + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 0$

c) $\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$

d) $\sin x + \cos x = 1$

20. Oblicz:

a) $\operatorname{tg} \alpha$, jeśli $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ i $\alpha \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$,

b) $\cos \frac{\alpha}{2}$, jeśli $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ i $\alpha \in (\pi; 2\pi)$,

c) $\operatorname{tg} \alpha$, jeśli $\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = 5$.

21. Dla jakiej wartości parametru a równanie ma rozwiązanie?

a) $\sin x = \frac{2a-1}{3-a}$

c) $2 \sin^2 x + a^2 - 9 = 0$

b) $\cos^2 x = \frac{a^2 - 3a + 2}{a + 1}$

d) $\sin^2 x + \sin x + a = 0$

22. Wyznacz zbiór wartości funkcji f i oblicz, dla jakich argumentów ta funkcja przyjmuje wartość 1.

a) $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$

b) $f(x) = \cos x - \sqrt{3} \sin x$

23. Naskicuj wykres funkcji $f(x) = \sin(x + |x|)$ dla $x \in [-\pi; \pi]$. Dla jakich argumentów ta funkcja przyjmuje wartości mniejsze od $\frac{1}{2}$?**Zestaw B. Przed maturą na poziomie podstawowym**

W zadaniach 24–34 wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

24. (0–1)

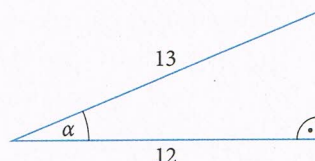
Dany jest trójkąt prostokątny (rysunek obok). Wartość wyrażenia $\sqrt{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$ wynosi

A. 1

B. $\frac{7}{13}$

C. $\frac{\sqrt{7}}{13}$

D. $\frac{\sqrt{119}}{13}$



25. (0–1)

Sinus jednego z kątów ostrych trójkąta prostokątnego jest równy 0,25. Trójkąt ten może mieć przyprostokątne o długościach

A. 1 i 4

B. 1 i 3

C. 1 i $\sqrt{5}$

D. 1 i $\sqrt{15}$

26. (0–1)

Dany jest kąt ostry α taki, że $\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \frac{1}{2}$. Wówczas

A. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$

C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\sin \alpha = \frac{1}{5}$

Film –
rozwiązanie
zadania

5 min

Kod: 8V6YDL
app.nowaterazmatura.plFilm –
rozwiązanie
zadania

5 min

Kod: SGVYR9
app.nowaterazmatura.pl→ Odpowiedzi
s. 157Film –
rozwiązanie
zadania

3 min

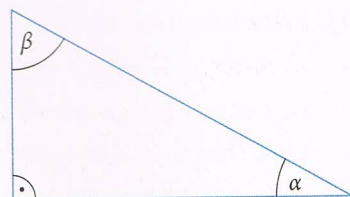
Kod: 2VB672
app.nowaterazmatura.pl

POWTÓRZENIE DZIAŁ PO DZIALE

27. (0–1) CKE maj 2020 PP

Dany jest trójkąt prostokątny o kątach ostrych α i β (zobacz rysunek). Wyrażenie $2 \cos \alpha - \sin \beta$ jest równe

- A. $2 \sin \beta$ C. 0
B. $\cos \alpha$ D. 2



28. (0–1) CKE maj 2021 PP

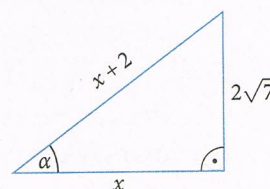
Dla każdego kąta ostrego α iloczyn $\frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} \cdot \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha}$ jest równy

- A. $\sin \alpha$ B. $\operatorname{tg} \alpha$ C. $\cos \alpha$ D. $\sin^2 \alpha$

29. (0–1)

W trójkącie przedstawionym na rysunku obok

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$
B. $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ D. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$



30. (0–1)

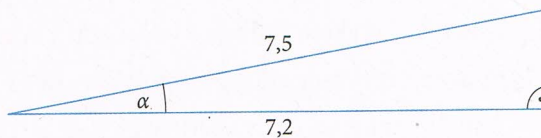
Jeśli pole rombu o wysokości 2 cm jest równe $4\sqrt{5} \text{ cm}^2$, to tangens kąta ostrego tego rombu jest równy

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

31. (0–1)

Dla kąta α przedstawionego na rysunku obok wartość wyrażenia $\cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha$ jest równa

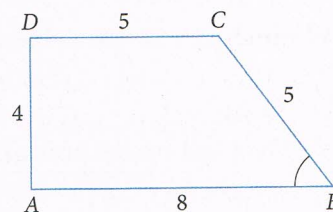
- A. 0,36 B. 0,33 C. 0,28 D. 0,21



32. (0–1) CKE lipiec 2020 PP

W trapezie prostokątnym $ABCD$ są dane długości boków: $|AB| = 8$, $|BC| = 5$, $|DC| = 5$, $|AD| = 4$ (zobacz rysunek). Tangens kąta ostrego w tym trapezie jest równy

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{5}$



33. (0–1) CKE maj 2023 PP

Dla każdego kąta ostrego α wyrażenie $\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$ jest równe

- A. $\sin^2 \alpha$ B. $\sin^6 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$ C. $\sin^4 \alpha + 1$ D. $\sin^2 \alpha \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot (\sin \alpha - \cos \alpha)$

34. (0–1) CKE maj 2022 PP

Liczba $\cos 12^\circ \cdot \sin 78^\circ + \sin 12^\circ \cdot \cos 78^\circ$ jest równa

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1



Film –
rozwiązanie
zadania



3 min



Kod: 3E86PQ
app.nowaterazmatura.pl

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

35. (0-1)

Dany jest kąt $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Wartość wyrażenia $\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{-\operatorname{tg} \alpha}$ jest

A.	ujemna,	ponieważ	1.	$\sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0$ oraz $\operatorname{tg} \alpha > 0$.
B.	nieujemna,		2.	$\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$ oraz $\operatorname{tg} \alpha < 0$.
C.	dodatnia,		3.	$\sin \alpha \geq 0, \cos \alpha \geq 0$ oraz $\operatorname{tg} \alpha \geq 0$.

36. (0-2) CKE maj 2024 PP

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) zaznaczono kąt o mierze α taki, że $\operatorname{tg} \alpha = -3$ oraz $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ (zobacz rysunek).

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A-F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.

Prawdziwe są zależności: oraz

A. $\sin \alpha < 0$

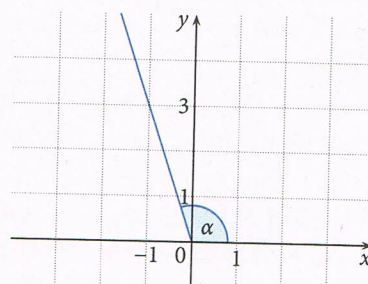
C. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha > 0$

E. $\sin \alpha = -\frac{1}{3} \cos \alpha$

B. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha < 0$

D. $\cos \alpha > 0$

F. $\sin \alpha = -3 \cos \alpha$



37. (0-2)

Tangens jednego z kątów ostrych trójkąta prostokątnego jest dwa razy większy od sinusa tego kąta. Wyznacz miary kątów ostrych tego trójkąta.

38. (0-2)

Miara jednego z kątów ostrych w trójkącie prostokątnym jest równa α . Wykaż, że prawdziwa jest nierówność $\sin^2 \alpha - \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha < 0$.

39. (0-2)

Oblicz obwód trójkąta prostokątnego, którego przeciwprostokątna ma długość 10, a tangens jednego z kątów ostrych jest równy $\frac{1}{2}$.

40. (0-2) CKE maj 2022 PP

Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg} \alpha = 2$. Oblicz wartość wyrażenia $\sin^2 \alpha$.

41. (0-3)

Wiadomo, że dla pewnego kąta $\alpha \in [0^\circ; 90^\circ) \cup (90^\circ; 180^\circ]$ zachodzi równość: $\operatorname{tg} \alpha = \cos \alpha$. Wykaż, że $\sin \alpha \cdot (1 + \sin \alpha) = 1$.



Film – rozwiązanie zadania



2 min



Kod: CQ7DUQ
app.nowaterazmatura.pl



Film – rozwiązanie zadania



3 min



Kod: 78BSXT
app.nowaterazmatura.pl



Film – rozwiązanie zadania



3 min

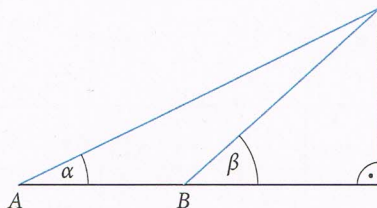


Kod: L3H8R5
app.nowaterazmatura.pl

POWTÓRZENIE DZIAŁ PO DZIALE

42. (0-4)

Najwyższy punkt wieży kościoła widać z punktu A pod kątem $\alpha = 26^\circ$, a z punktu B – pod kątem $\beta = 42^\circ$ (rysunek poniżej). Odległość między punktami A i B jest równa 20 m. Oblicz wysokość wieży z dokładnością do 1 m.



→ Odpowiedzi
s. 157

Zestaw C. Przed maturą na poziomie rozszerzonym

43. (0-5)

Oblicz wartość wyrażenia $\cos 35^\circ \cdot \cos 40^\circ + \cos 130^\circ \cdot \sin 395^\circ$, nie korzystając z tablic ani kalkulatora.

44. (0-5)

Wyznacz rozwiązania równania $2 \cos^2 x + 5 \sin x + 1 = 0$ należące do przedziału $[0; 2\pi]$.

45. (0-5)

Wyznacz największą liczbę ujemną spełniającą równanie $\cos x - \sin x \operatorname{tg} x = 1$.

46. (0-3)

Oblicz $\sin 2x$, jeśli $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$.

47. (0-4)

Oblicz $\cos 4x$, jeśli $\sin x - \cos x = \frac{1}{3}$.

48. (0-5)

Funkcja f dana jest wzorem $f(x) = 1 + \sin(-x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$. Wyznacz wartości parametru m , dla których równanie $f(x) = m$ ma dwa rozwiązania w przedziale $[\pi; 2\pi]$.

49. (0-6)

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = 1 + 2 \cos x - \sin^2 x$. Znajdź argumenty, dla których funkcja f przyjmuje najmniejszą wartość.

50. (0-4)

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{\sin x (\operatorname{tg} x + \sin x)}{\cos x (1 + \sin x)}$. Udowodnij, że przyjmuje ona tylko wartości nieujemne.

51. (0-4)

Wyznacz rozwiązania równania $2 \sin x + \sqrt{2} = \sqrt{2} \cos x + \sin 2x$ należące do przedziału $[-\pi; \pi]$.



Film –
rozwiązanie
zadania



3 min



Kod: 8DGXJ1

app.nowaterazmatura.pl



Film –
rozwiązanie
zadania



6 min



Kod: K8XX48

app.nowaterazmatura.pl



Film –
rozwiązanie
zadania



6 min



Kod: AN3NJM

app.nowaterazmatura.pl

52. (0–4)

Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = \frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$ dla $x \in (-\frac{3}{2}\pi; -\frac{\pi}{2}) \cup (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi)$. Odczytaj z wykresu rozwiązanie równania $f(x) = \sqrt{3}$.

53. Dane jest równanie $\sin x(\sin^2 x - p) = 0$ z parametrem p .

53.1. (0–4)

Rozwiąż to równanie w przedziale $[-\pi; \pi]$, gdy $p = 0,5$.

53.2. (0–2)

Dla jakich wartości p podane równanie ma trzy różne rozwiązania w przedziale $[-\pi; \pi]$?

54. (0–3)

Sprawdź, czy równość $\cos^4 x + \sin^4 x = 1 - \sin^2 2x$ jest tożsamością trygonometryczną.

55. (0–4)

Wyznacz rozwiązania równania $2 \sin(x + \frac{\pi}{6}) - \sin(x - \frac{\pi}{6}) = 0$ należące do przedziału $[0; 4\pi]$.

56. (0–4)

Rozwiąż równanie $\sin 4x - \sin 2x = 2 \cos 2x - 1$ w przedziale $[0; 2\pi]$.

57. (0–4) CKE maj 2022 PR

Rozwiąż równanie $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$ w przedziale $[0; \pi]$.

58. (0–4) CKE czerwiec 2019 PR

Rozwiąż równanie $4 \sin 7x \cos 2x = 2 \sin 9x - 1$ w przedziale $[0; \pi]$.

59. (0–4) CKE maj 2020 PR

Rozwiąż równanie $3 \cos 2x + 10 \cos^2 x = 24 \sin x - 3$ dla $x \in [0; 2\pi]$.

60. (0–5)

Rozwiąż równanie $2 \cos 7x - \cos^2 x = \sin^2 x + 4 \cos 2x \cos 5x$.

61. (0–3) CKE maj 2023 PR

Rozwiąż równanie $4 \sin 4x \cos 6x = 2 \sin 10x + 1$.

62. (0–5) CKE maj 2021 PR

Rozwiąż równanie $\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x - \sin x)$ w przedziale $[0; \pi]$.

63. (0–5) CKE maj 2024 PR

Rozwiąż równanie $\sin 4x - \sin 2x = 4 \cos^2 x - 3$ w zbiorze $[0; 2\pi]$.



Film –
rozwiązanie
zadania



5 min



Kod: 23VCT1

app.nowaterazmatura.pl



Film –
rozwiązanie
zadania



5 min



Kod: Z18GWR

app.nowaterazmatura.pl



Film –
rozwiązanie
zadania



3 min



Kod: 2DN5XG

app.nowaterazmatura.pl



Film –
rozwiązanie
zadania

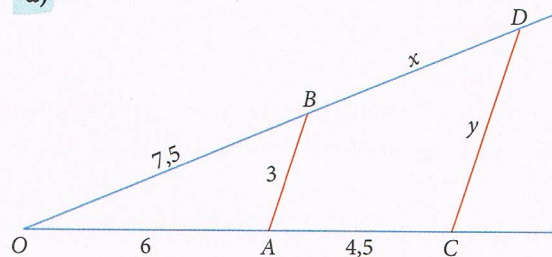


2 min

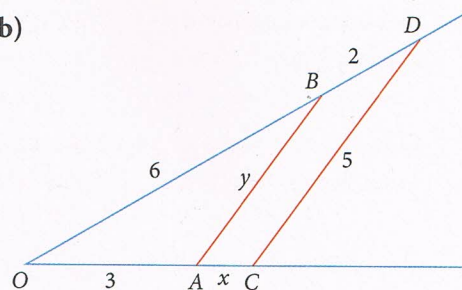
Kod: VH5V6N
app.nowaterazmatura.pl

5. Odcinki AB i CD są równoległe (rysunek poniżej). Oblicz x i y .

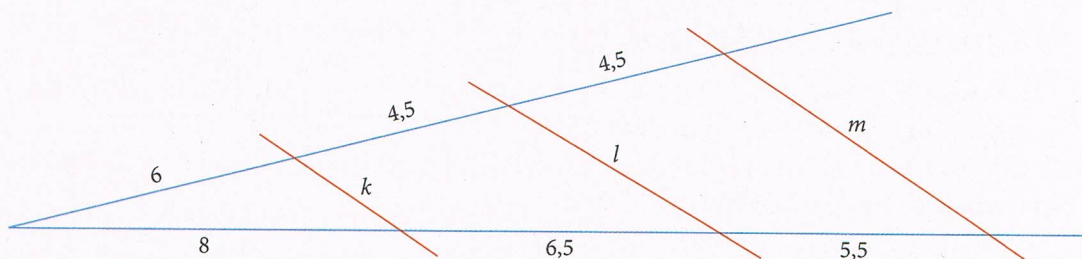
a)



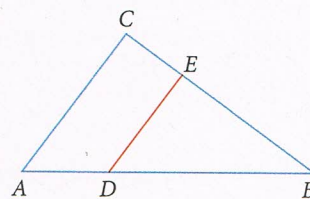
b)



6. Wskaż, które proste są równoległe (rysunek poniżej).

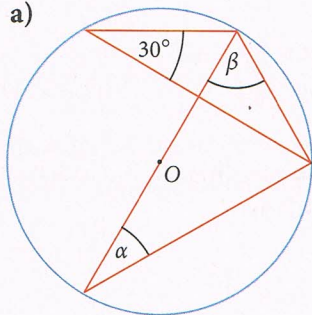


7. W trójkącie ABC o bokach $|AB| = 10$, $|BC| = 8$ i $|AC| = 6$ poprowadzono odcinek DE (rysunek obok) równoległy do boku AC . Oblicz długości odcinków DB i EB , jeśli wiadomo, że odcinek DE podzielił trójkąt ABC na dwie figury o równych: a) obwodach, b) polach.

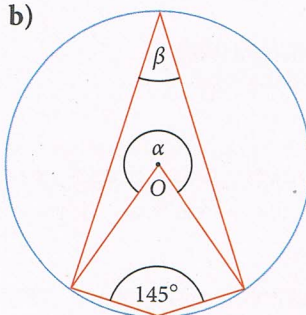


8. Dany jest okrąg o środku O . Wyznacz miary kątów α i β .

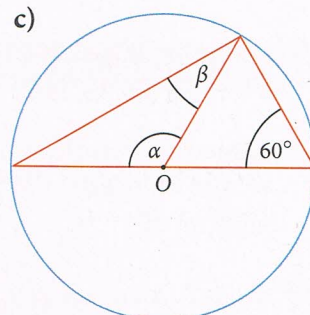
a)



b)

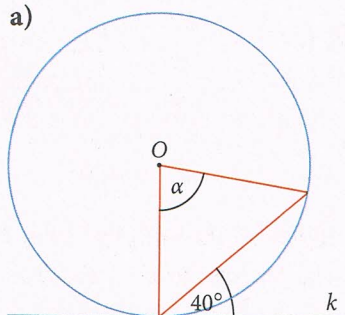


c)

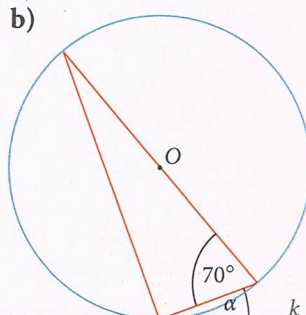


9. Prosta k jest styczna do okręgu o środku O . Wyznacz miarę kąta α .

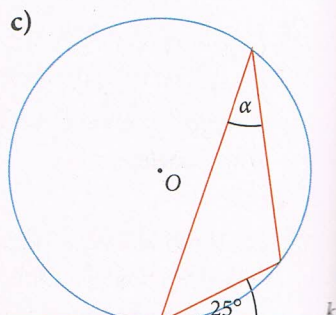
a)



b)



c)



10. W okręgu o promieniu 6 poprowadzono cięciwę AB . Kąt między tą cięciwą a styczną do okręgu w punkcie A ma miarę 45° . Oblicz długości łuków okręgu wyznaczonych przez cięciwę AB .
11. Obwód wycinka koła wynosi 8 cm, a pole tego wycinka jest równe 3 cm^2 . Oblicz promień koła i długość łuku odpowiadającego temu wycinkowi.
12. Punkt S jest punktem przecięcia przekątnych trapezu $ABCD$ (rysunek poniżej).
- Udowodnij, że trójkąty ASB i CSD są podobne, a trójkąty ASD i BSC mają równe pola.
 - Pole trójkąta ASB jest równe 9, a pole trójkąta CSD jest równe 4. Oblicz pole trapezu.
 - Podstawy trapezu mają długości 5 i 3, a jego pole jest równe 32. Oblicz pole trójkąta ASD .
13. W trapezie równoramiennym $ABCD$ poprowadzono wysokość CE (rysunek obok). Oblicz pole trapezu, jeżeli wiadomo, że $|AE| = 8$ oraz $|CE| = 3$.
14. Przekątna trapezu równoramiennego $ABCD$ tworzy z dłuższą podstawą AB kąt α , a z ramieniem AD – kąt β . Wyznacz stosunek pola trójkąta ACD do pola trójkąta ABC .
15. Kąt ostry równoległoboku ma miarę 60° . Odległości punktu przecięcia przekątnych równoległoboku od boków są równe 2 i 1. Oblicz:
- pole tego równoległoboku,
 - długości przekątnych tego równoległoboku.
16. Stosunek długości boków równoległoboku wynosi 4:5, jego obwód jest równy 18 cm, a krótsza przekątna ma długość 6 cm. Oblicz cosinus kąta ostrego tego równoległoboku.
17. Podstawa trójkąta równoramiennego ma długość 6, a ramię ma długość 5. Oblicz odległości ortocentrum tego trójkąta od każdego z jego wierzchołków.
18. Oblicz promień okręgu opisanego na trójkącie, którego:
- najdłuższy bok ma długość 8 cm, a jeden z kątów ma miarę 120° ,
 - dwa boki mają długości 10 cm i $4\sqrt{3}$ cm, a kąt między nimi ma miarę 30° .
19. Dany jest trójkąt ABC o bokach $|AC| = 6$ i $|BC| = 3\sqrt{2}$. Na boku AC tego trójkąta obrano punkt D , a na boku BC – punkt E tak, że $\angle CDE = 30^\circ$ i $\angle DEC = 45^\circ$ oraz promień okręgu opisanego na trójkącie CDE jest równy $2\sqrt{2}$. Wykaż, że odcinki DE i AB są równoległe.
20. Długość jednego z boków trójkąta jest równa 6 cm, a cosinus kąta leżącego przy tym boku wynosi $\frac{1}{3}$. Oblicz promień okręgu wpisanego w ten trójkąt, jeżeli wiadomo, że promień okręgu na nim opisanego jest równy 9 cm.



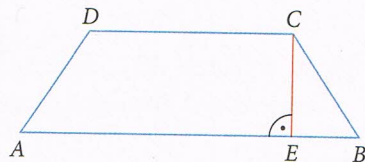
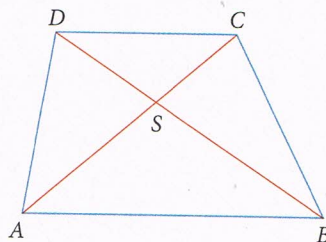
Film –
rozwiązanie
zadania



7 min



Kod: TUG9FR
app.nowaterazmatura.pl



Film –
rozwiązanie
zadania



9 min



Kod: L2UURR
app.nowaterazmatura.pl



Film –
rozwiązanie
zadania



5 min



Kod: 7HU89R
app.nowaterazmatura.pl

POWTÓRZENIE DZIAŁ PO DZIALE



Film –
rozwiązanie
zadania

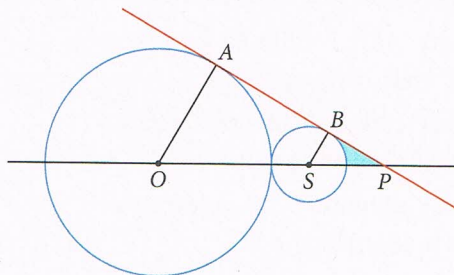


9 min



Kod: 2E6D6F
app.nowaterazmatura.pl

21. Na trójkącie ABC o polu 8 opisano okrąg. Z punktu P leżącego na półprostej BA poprowadzono styczną do okręgu w punkcie C . Oblicz długości odcinków AB i PB , jeżeli wiadomo, że $|PC| = 4$ oraz sinus kąta APC jest równy $\frac{2}{3}$.
22. Okrąg o środku O i promieniu 3 jest styczny zewnętrznie do okręgu o środku S i promieniu 1. Prosta przechodząca przez środki tych okręgów przecina prostą styczną do obu okręgów w punkcie P (rysunek poniżej). Oblicz miarę kąta BSP oraz pole zacienionego obszaru.



23. W trójkącie ABC dane są $|\angle CAB| = \alpha$, $|\angle ABC| = 2\alpha$ oraz $|AB| = 10$. Wyznacz funkcję f zmiennej α opisującą długość boku BC . Podaj dziedzinę tej funkcji.
24. Stosunek długości podstaw trapezu równoramiennego wynosi 5:3. Przekątna trapezu ma długość $\sqrt{65}$, a jego ramię jest równe $5\sqrt{2}$. Oblicz długości podstaw oraz pole tego trapezu. Czy w ten trapez można wpisać okrąg?
25. W okrąg o środku O wpisano czworokąt $ABCD$ taki, że $|AB| = 8$ i $|BC| = 4$. Oblicz promień tego okręgu, jeżeli wiadomo, że kąt między promieniami AO i CO ma miarę 120° . Rozpatrz dwa przypadki.
26. W trapezie prostokątnym jedno z ramion ma długość $2\sqrt{6}$ i jest nachylone do podstawy pod kątem 15° . W trapez ten wpisano okrąg. Oblicz promień okręgu i pole trapezu.
27. W okrąg o promieniu 4 cm wpisano trapez równoramienny, którego podstawa jest średnicą okręgu, a ramię ma długość 4 cm. Oblicz pole tego trapezu oraz miarę kąta ostrego między jego przekątnymi.
28. W okrąg wpisano trapez o wysokości h . Kąt między promieniami okręgu poprowadzonymi do końców jednego z ramion trapezu jest równy 2α . Wykaż, że pole tego trapezu wyraża się wzorem $P = \frac{h^2}{\operatorname{tg} \alpha}$.
29. Ramię trapezu ma długość 10 cm, dłuższa podstawa 16 cm, a wysokość $5\sqrt{3}$ cm. Oblicz promień okręgu opisanego na tym trapezie.
30. Jedna z przekątnych rombu ma długość 8, a promień okręgu wpisanego w ten romb jest równy $2\sqrt{3}$. Oblicz pole tego rombu.



Film –
rozwiązanie
zadania



4 min



Kod: 8MJGVR
app.nowaterazmatura.pl



Film –
rozwiązanie
zadania



4 min



Kod: 3H6T1Y
app.nowaterazmatura.pl

Zestaw B. Przed maturą na poziomie podstawowym

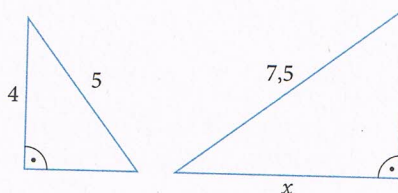
→ Odpowiedzi
s. 160

W zadaniach 31–42 wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

31. (0–1)

Trójkąty przedstawione na rysunku obok są podobne, jeśli

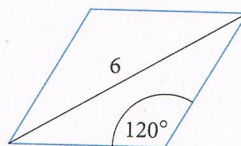
- A. $x = 3,5$ B. $x = 4$ C. $x = 5$ D. $x = 6$



32. (0–1)

Pole rombu przedstawionego na rysunku obok jest równe

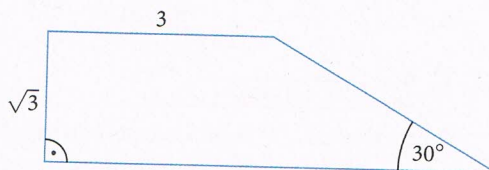
- A. $6\sqrt{3}$ C. 12
B. $3\sqrt{3}$ D. 9



33. (0–1)

Pole trapezu przedstawionego na rysunku obok jest równe

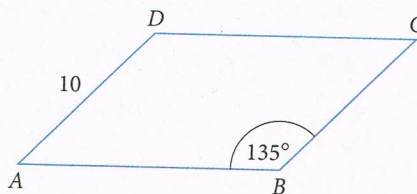
- A. $4\sqrt{3}$ C. $6\sqrt{3}$
B. $4,5\sqrt{3}$ D. $6,5\sqrt{3}$



34. (0–1) CKE czerwiec 2023 PP

Pole równoległoboku $ABCD$ jest równe $40\sqrt{6}$. Bok AD tego równoległoboku ma długość 10, a kąt ABC równoległoboku ma miarę 135° (zobacz rysunek). Długość boku AB jest równa

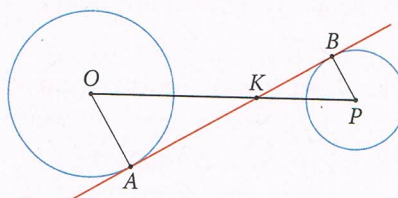
- A. $8\sqrt{3}$ B. $8\sqrt{2}$ C. $16\sqrt{2}$ D. $16\sqrt{3}$



35. (0–1) CKE maj 2019 PP

Dane są dwa okręgi: okrąg o środku w punkcie O i promieniu 5 oraz okrąg o środku w punkcie P i promieniu 3. Odcinek OP ma długość 16. Prosta AB jest styczna do tych okręgów w punktach A i B . Ponadto prosta AB przecina odcinek OP w punkcie K (zobacz rysunek). Wtedy

- A. $|OK| = 6$ B. $|OK| = 8$ C. $|OK| = 10$ D. $|OK| = 12$



36. (0–1)

W trójkącie prostokątnym środkowa poprowadzona z wierzchołka kąta prostego ma długość $3\sqrt{2}$. Długość okręgu opisanego na tym trójkącie jest równa

- A. 18π B. 12π C. $6\sqrt{2}\pi$ D. $9\sqrt{2}\pi$

37. (0–1)

Przekątne prostokąta o bokach długości $\sqrt{2} + 1$ i $\sqrt{2} - 1$ są średnicami pewnego koła. Pole tego koła jest równe

- A. $\frac{3}{2}\pi$ B. 2π C. $2\sqrt{2}\pi$ D. $(2\sqrt{2} + 2)\pi$

Film –
rozwiązanie
zadania

3 min

Kod: 6SLHT6
app.nowaterazmatura.pl

POWTÓRZENIE DZIAŁ PO DZIALE

38. (0–1) CKE czerwiec 2021 PP

Jeden z boków równoległoboku ma długość równą 5. Przekątne tego równoległoboku mogą mieć długości

- A. 4 i 6 B. 4 i 3 C. 10 i 10 D. 5 i 5

39. (0–1)

W każdym n -kącie wypukłym ($n \geq 3$) liczba przekątnych jest równa $\frac{n(n-3)}{2}$. Wielokątem wypukłym, który ma 3 razy więcej przekątnych niż boków, jest

- A. siedmiokąt. C. jedenastokąt.
B. dziewięciokąt. D. trzynastokąt.

40. (0–1)

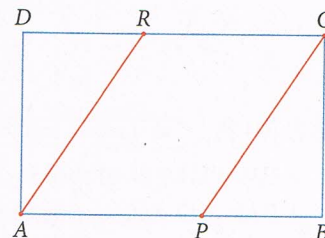
Pole trójkąta równoramiennego jest równe 4, a miara kąta między jego ramionami jest równa 30° . Podstawa tego trójkąta ma długość

- A. $2\sqrt{2-\sqrt{3}}$ B. $2\sqrt{2+\sqrt{3}}$ C. $4\sqrt{2-\sqrt{3}}$ D. $4\sqrt{2+\sqrt{3}}$

41. (0–1) CKE maj 2020 PP

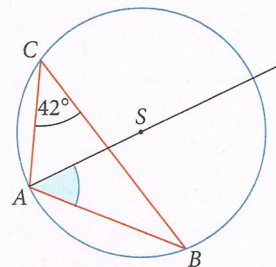
Pole prostokąta $ABCD$ jest równe 90. Na bokach AB i CD wybrano – odpowiednio – punkty P i R , takie, że $\frac{|AP|}{|PB|} = \frac{|CR|}{|RD|} = \frac{3}{2}$ (zobacz rysunek). Pole czworokąta $APCR$ jest równe

- A. 36 B. 40 C. 54 D. 60

42. (0–1) CKE maj 2024 PP

W trójkącie ABC , wpisanym w okrąg o środku w punkcie S , kąt ACB ma miarę 42° (zobacz rysunek). Miara kąta ostrego BAS jest równa

- A. 42° B. 45° C. 48° D. 69°

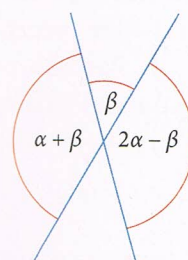
43. (0–2) CKE marzec 2022 PP

Dane są dwie przecinające się proste. Miary kątów utworzonych przez te proste zapisano za pomocą wyrażeń algebraicznych (zobacz rysunek).

Dokończ zdanie. Wybierz dwie odpowiedzi, tak aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.

Układem równań, w którym zapisano prawidłowe zależności między miarami kątów utworzonych przez te proste, jest układ

- A. $\begin{cases} (\alpha + \beta) + \beta = 90^\circ \\ \alpha + \beta = 2\alpha - \beta \end{cases}$ C. $\begin{cases} (\alpha + \beta) + \beta = 180^\circ \\ \beta = 2\alpha - \beta \end{cases}$ E. $\begin{cases} \alpha + \beta = 2\alpha - \beta \\ 180^\circ - (2\alpha - \beta) = \beta \end{cases}$
B. $\begin{cases} (\alpha + \beta) + \beta = 180^\circ \\ \alpha + \beta = 2\alpha - \beta \end{cases}$ D. $\begin{cases} \alpha + \beta = 90^\circ \\ \beta = 2\alpha - \beta \end{cases}$ F. $\begin{cases} 3\alpha + 2\beta = 360^\circ \\ 2\alpha - \beta = 2\beta \end{cases}$



44. W sześciokącie foremnym $ABCDEF$ przekątna AC ma długość równą $4\sqrt{3}$ cm. Dokończ zdania. Wybierz odpowiedź spośród A–D oraz odpowiedź spośród E–H.

44.1. (0–1)

Pole sześciokąta $ABCDEF$ jest równe

- A. $6\sqrt{3}$ cm² B. $24\sqrt{3}$ cm² C. $48\sqrt{3}$ cm² D. $96\sqrt{3}$ cm²

44.2. (0–1)

Pole trójkąta ACD jest równe

- E. $8\sqrt{3}$ cm² F. $16\sqrt{3}$ cm² G. $24\sqrt{3}$ cm² H. $32\sqrt{3}$ cm²

45. (0–1)

Dany jest romb o boku długości 3, którego cosinus kąta ostrego jest równy $\frac{1}{3}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Pole rombu jest równe $6\sqrt{2}$.	P	F
Długość krótszej przekątnej rombu jest równa $\frac{2}{3}$.	P	F

46. (0–1)

Stosunek pól dwóch wielokątów podobnych jest równy 18.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Stosunek obwodów tych wielokątów jest równy

A.	18,	ponieważ stosunek obwodów dwóch figur podobnych jest równy	1.	kwadratowi stosunku pól tych figur.
B.	$3\sqrt{2}$,		2.	stosunkowi pól tych figur.
C.	32,		3.	pierwiastkowi ze stosunku pól tych figur.

47. (0–2)

Dany jest trójkąt o bokach długości 7, 14 oraz 18. Oblicz cosinus największego kąta tego trójkąta.

48. Stosunek długości boków pewnego trójkąta wynosi 3 : 4 : 6.

48.1. (0–3)

Oblicz sinus najmniejszego kąta tego trójkąta.

48.2. (0–2)

Uzupełnij zdanie tak, aby było prawdziwe. Wpisz odpowiednią liczbę w wy kropkowanym miejscu.

Stosunek wysokości opuszczonej na najdłuższy bok tego trójkąta do długości tego boku jest równy



Film –
rozwiązanie
zadania



4 min



Kod: 55VV7G
app.nowaterazmatura.pl

$P = a^2 \cdot \sin \alpha$, gdzie
 a – długość boku
rombu



Film –
rozwiązanie
zadania



2 min



Kod: Q7N16X
app.nowaterazmatura.pl

Największy kąt
trójkąta leży
naprzeciwko jego
najdłuższego boku.



Film –
rozwiązanie
zadania



6 min



Kod: DS9W6Z
app.nowaterazmatura.pl

POWTÓRZENIE DZIAŁ PO DZIALE

Film –
rozwiązanie
zadania

5 min



Kod: 3EHBHB

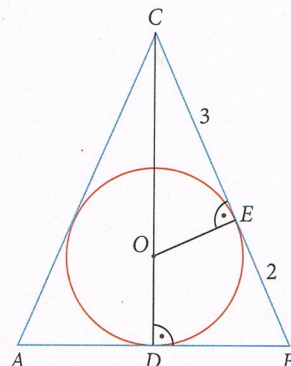
app.nowaterazmatura.pl

49. (0–2)

Pole trójkąta prostokątnego jest równe 12, a promień okręgu opisanego na nim wynosi 3. Oblicz wysokość tego trójkąta opuszczoną na przeciwprostokątną.

50. (0–4)

W trójkąt równoramienny wpisano okrąg. Każde ramię trójkąta zostało podzielone przez punkt styczności na odcinki długości 2 i 3 (rysunek obok). Oblicz promień tego okręgu.



51. (0–3)

W okrąg wpisano kwadrat oraz opisano na nim kwadrat. Wykaż, że pole wpisanego kwadratu jest 2 razy mniejsze od pola kwadratu opisanego.

52. (0–3)

Pole rombu jest równe $18\sqrt{3}$, a jego obwód jest równy 24. Wykaż, że długość jednej z przekątnych tego rombu jest równa długości jego boku.

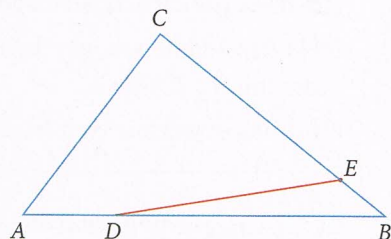
53. (0–4)

W trapezie równoramiennym $ABCD$ dane są podstawy: $|AB| = 7\sqrt{2}$ oraz $|CD| = 5\sqrt{2}$, a ramię ma długość równą 2. Oblicz sinus kąta ACB .

54. (0–3)

CKE Informator 2021 PP

Dany jest trójkąt ABC . Na boku AB tego trójkąta wybrano punkt D , taki że $|AD| = \frac{1}{4}|AB|$, a na boku BC wybrano taki punkt E , że $|BE| = \frac{1}{5}|BC|$ (zobacz rysunek). Pole trójkąta ABC jest równe 20. Oblicz pole trójkąta DBE .



55. (0–4)

Stosunek pól trzech parami stycznych zewnętrznie okręgów wynosi 1:4:9. Wykaż, że środki tych okręgów są wierzchołkami trójkąta prostokątnego.

56. (0–4)

Dany jest trapez równoramienny $ABCD$, którego podstawy mają długości: $|AB| = 36$ cm, $|CD| = 24$ cm. Jego przekątne przecinają się w punkcie P odległym od dłuższej podstawy o 15 cm. Oblicz pole i obwód tego trapezu.

57. (0–4)

CKE marzec 2022 PP

Rozważamy wszystkie równoległoboki o obwodzie równym 200 i kącie ostrym o miarze 30° . Podaj wzór i dziedzinę funkcji opisującej zależność pola takiego równoległoboku od długości x boku równoległoboku. Oblicz wymiary tego z rozważanych równoległoboków, który ma największe pole, i oblicz to największe pole.

58. (0–4)

Dany jest romb o boku 5 i wysokości 4. Oblicz długości przekątnych tego rombu.

Film –
rozwiązanie
zadania

7 min



Kod: RY5TQ1

app.nowaterazmatura.pl

Film –
rozwiązanie
zadania

6 min



Kod: 8CNAQ4

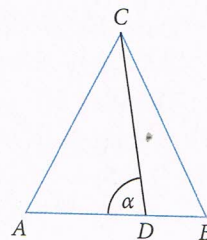
app.nowaterazmatura.pl

Zestaw C. Przed maturą na poziomie rozszerzonym

→ Odpowiedzi
s. 160

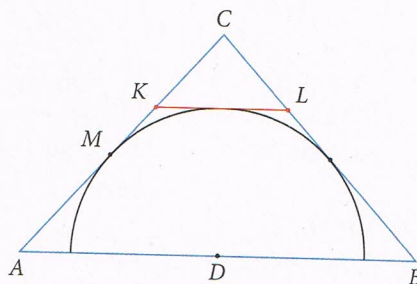
59. (0–2)

Punkt D należy do podstawy AB trójkąta równoramiennego ABC , a kąt ADC ma miarę α (rysunek obok). Odcinek AD jest dwa razy dłuższy od odcinka DB , a odcinek DC – trzy razy dłuższy od odcinka DB . Oblicz $\cos \alpha$.



60. (0–3) CKE maj 2020 PR

Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym $|AC| = |BC| = 6$, a punkt D jest środkiem podstawy AB . Okrąg o środku D jest styczny do prostej AC w punkcie M . Punkt K leży na boku AC , punkt L leży na boku BC , odcinek KL jest styczny do rozważanego okręgu oraz $|KC| = |LC| = 2$ (zobacz rysunek). Wykaż, że $\frac{|AM|}{|MC|} = \frac{4}{5}$.

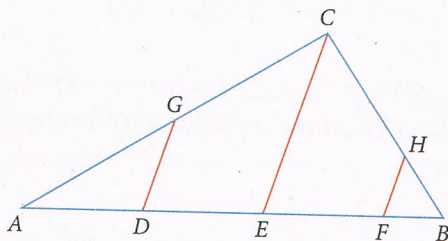


61. (0–3) CKE maj 2019 PR

Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Na ramieniu AC tego trójkąta wybrano punkt M ($M \neq A$ i $M \neq C$), a na ramieniu BC wybrano punkt N w taki sposób, że $|AM| = |CN|$. Przez punkty M i N poprowadzono proste prostopadłe do podstawy AB tego trójkąta, które wyznaczają na niej punkty S i T . Udowodnij, że $|ST| = \frac{1}{2}|AB|$.

62. (0–3) CKE czerwiec 2021 PR

Dany jest trójkąt ABC . Na boku AB tego trójkąta obrano punkty D , E i F w taki sposób, że $|AD| = |DE| = |EF| = 2|FB|$. Na bokach AC i BC obrano – odpowiednio – punkty G i H tak, że $DG \parallel EC$ oraz $FH \parallel EC$ (zobacz rysunek).



Wykaż, że jeżeli pole trójkąta FBH jest równe S , to pole trójkąta ADG jest równe $3S$.

63. (0–6)

W trójkącie prostokątnym ABC przyprostokątne AC i BC mają długości odpowiednio 12 i 9. Na boku AB wybrano taki punkt D , że odcinki BC i BD są równe. Oblicz cosinus kąta BCD , promień okręgu wpisanego w trójkąt BCD i promień okręgu opisanego na tym trójkącie.

64. (0–6)

Miara jednego z kątów trójkąta jest równa 30° . Pole tego trójkąta wynosi $\sqrt{3}$, a promień okręgu na nim opisanego jest równy 2. Oblicz promień okręgu wpisanego w ten trójkąt.

Film –
rozwiązanie
zadania

10 min

Kod: 1TNGYH
app.nowaterazmatura.plFilm –
rozwiązanie
zadania

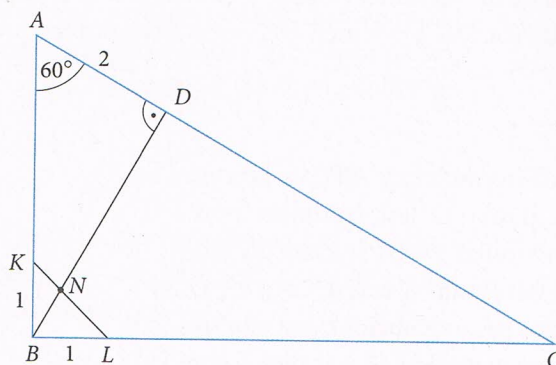
8 min

Kod: RHUW61
app.nowaterazmatura.pl

POWTÓRZENIE DZIAŁ PO DZIALE

65. (0–3) CKE maj 2023 PR

Dany jest trójkąt prostokątny ABC , w którym $|\angle ABC| = 90^\circ$ oraz $|\angle CAB| = 60^\circ$. Punkty K i L leżą na bokach – odpowiednio – AB i BC tak, że $|BK| = |BL| = 1$ (zobacz rysunek). Odcinek KL przecina wysokość BD tego trójkąta w punkcie N , a ponadto $|AD| = 2$. Wykaż, że $|ND| = \sqrt{3} + 1$.



66. (0–4) CKE maj 2023 PR

Czworokąt $ABCD$, w którym $|BC| = 4$ i $|CD| = 5$, jest opisany na okręgu. Przekątna AC tego czworokąta tworzy z bokiem BC kąt o mierze 60° , natomiast z bokiem AB – kąt ostry, którego sinus jest równy $\frac{1}{4}$. Oblicz obwód czworokąta $ABCD$.

67. (0–4) CKE maj 2024 PR

Dany jest trójkąt ABC , który nie jest równoramienny. W tym trójkącie miara kąta ABC jest dwa razy większa od miary kąta BAC . Wykaż, że długości boków tego trójkąta spełniają warunek $|AC|^2 = |BC|^2 + |AB| \cdot |BC|$.

68. (0–3) CKE lipiec 2020 PR

Dany jest czworokąt wypukły, którego kolejnymi wierzchołkami są punkty A , B , C i D . Wykaż, że jeżeli $|\angle ADB| = |\angle ACB|$, to $|\angle BAC| = |\angle BDC|$.

69. (0–6)

Równoległobok o obwodzie 16 cm ma wysokości równe 2,4 cm i 4 cm. Oblicz długości boków tego równoległoboku oraz cosinus kąta rozwartego między jego przekątnymi.

70. (0–4)

Kąt przy podstawie trapezu równoramiennego ma miarę 30° . Dłuższa podstawa ma długość $6\sqrt{3}$, a ramię ma długość 3. Oblicz promień okręgu opisanego na tym trapezie.

71. Przekątna trapezu równoramiennego ma długość d i jest nachylona do dłuższej podstawy pod kątem α .

71.1. (0–3)

Wykaż, że pole tego trapezu jest równe $\frac{1}{2}d^2 \sin 2\alpha$.

71.2. (0–3)

Wykaż, że jeżeli w ten trapez można wpisać okrąg, to obwód trapezu jest równy $4d \cos \alpha$.



Film –
rozwiązanie
zadania



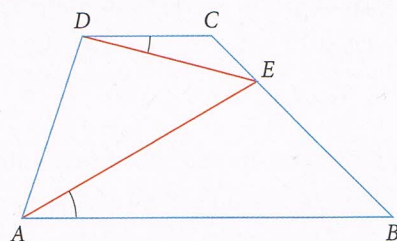
8 min



Kod: QE9UZQ
app.nowaterazmatura.pl

72. (0–3)

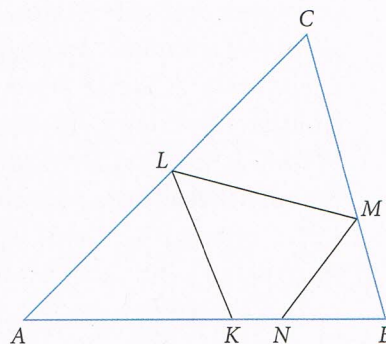
Dany jest trapez $ABCD$ (zobacz rysunek), w którym $|\angle BAE| = 30^\circ$, $|\angle CDE| = 15^\circ$ oraz $|AE| = 6$ cm, $|DE| = 4$ cm.



Oblicz długość ramienia AD tego trapezu.

73. (0–3) CKE maj 2018 PR

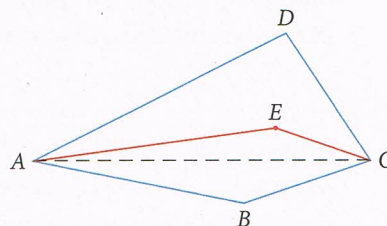
Trójkąt ABC jest ostrokątny oraz $|AC| > |BC|$. Dwusieczna d_C kąta ACB przecina bok AB w punkcie K . Punkt L jest obrazem punktu K w symetrii osiowej względem dwusiecznej d_A kąta BAC , punkt M jest obrazem punktu L w symetrii osiowej względem dwusiecznej d_C kąta ACB , a punkt N jest obrazem punktu M w symetrii osiowej względem dwusiecznej d_B kąta ABC (zobacz rysunek). Udowodnij, że na czworokącie $KNML$ można opisać okrąg.



74. (0–3) CKE czerwiec 2019 PR

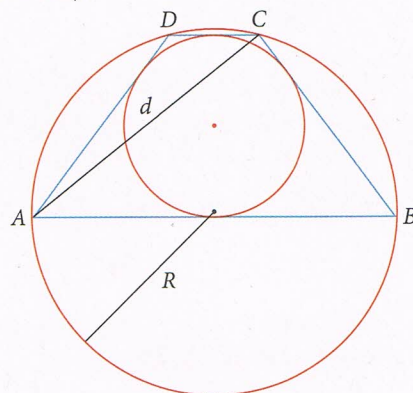
Dwusieczne kątów BAD i BCD czworokąta wypukłego $ABCD$ przecinają się w punkcie E , przy czym punkty B i E leżą po przeciwnych stronach prostej AC (zobacz rysunek). Wykaż, że:

$$|\angle ABC| - |\angle ADC| + 2|\angle AEC| = 360^\circ$$



75. (0–4) CKE marzec 2022 PR

Dany jest trapez równoramienny $ABCD$ o obwodzie l i podstawach AB oraz CD takich, że $|AB| > |CD|$. Trapez jest opisany na okręgu i wpisany w okrąg, a przekątna AC trapezu ma długość d (zobacz rysunek).



Wykaż, że promień R okręgu opisanego na trapezie $ABCD$ jest równy $\frac{d \cdot l}{2\sqrt{16d^2 - l^2}}$.



Film –
rozwiązanie
zadania



3 min



Kod: CKV87C
app.nowaterazmatura.pl

POWTÓRZENIE DZIAŁ PO DZIALE

76. (0–4)

Przekątna trapezu równoramiennego ma długość $2\sqrt{7}$ cm, a jego obwód jest równy 16 cm. Oblicz długości boków trapezu, jeżeli wiadomo, że w ten trapez można wpisać okrąg.

Film –
rozwiązanie
zadania

6 min



Kod: SL1PXY

app.nowaterazmatura.pl

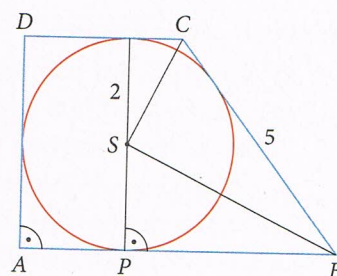
77. (0–5)

Na okręgu o promieniu $\sqrt{3}$ opisano trapez równoramienny $ABCD$ o dłuższej podstawie AB i krótszej CD . Punkt styczności S dzieli ramię BC tak, że $|SB| = 3|CS|$. Oblicz długość ramienia tego trapezu oraz cosinus kąta ABD .

78. (0–5)

CKE Informator 2021 PR

Dany jest trapez prostokątny $ABCD$ o kątach prostych przy wierzchołkach A i D . Ramię BC trapezu ma długość 5. W ten trapez wpisano okrąg o środku w punkcie S i promieniu 2. Punkt P jest punktem styczności okręgu i dłuższej podstawy AB tego trapezu (zobacz rysunek). Wykaż, że trójkąty BPS i BSC są trójkątami podobnymi, oraz oblicz skalę tego podobieństwa.

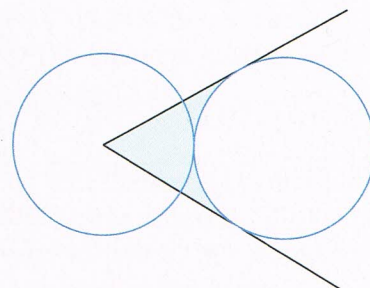


79. (0–5)

W trapezie $ABCD$ dłuższa podstawa $|AB| = 10$, a ramię $|AD| = 6$. Dwusieczna kąta BAD przecina podstawę DC w punkcie P . Oblicz długość krótszej podstawy trapezu, jeżeli pole czworokąta $ABCP$ jest dwa razy większe od pola trójkąta ABS , gdzie S jest punktem przecięcia odcinka AP z przekątną DB .

80. (0–6)

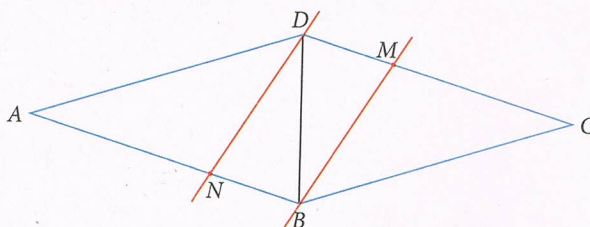
Dwa okręgi o równych promieniach są styczne zewnętrznie. Ze środka jednego z nich poprowadzono styczne do drugiego okręgu (rysunek obok). Wykaż, że pole koła ograniczonego każdym z tych okręgów jest równe $\frac{3P\pi}{3\sqrt{3}-\pi}$, gdzie P jest polem zacieniowanej figury.



81. (0–6)

CKE lipiec 2020 PR

Dany jest romb $ABCD$. Przez wierzchołki B i D poprowadzono dwie proste równoległe przecinające boki CD i AB – odpowiednio – w punktach M i N , tak, że podzieliły one ten romb na trzy figury AND , $NBMD$, BCM o równych polach. Ponadto wiadomo, że $|MB| = |ND| = |BD|$ (zobacz rysunek).



Oblicz cosinus kąta ostrego tego rombu.