

Własności ciągów.

1. Dany jest ciąg (a_n) o wyrazie ogólnym $a_n = n^2 - 13n + 30$
 - a) oblicz wyrazy a_6 , a_{10} i a_{n-2} i a_{2k+1}
 - b) który wyraz ciągu (a_n) jest równy 170
 - c) ile wyrazów ujemnych ma ciąg (a_n)
 - d) wyznacznik ogólny ciągu (b_n) określonego wzorem $b_n = a_{n+1} - a_{n-1}$
2. Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{n^2 + 11n + 8}{n}$. Wyznacz wszystkie wyrazy ciągu, które są liczbami naturalnymi.
3. Ciąg (a_n) jest określony wzorem rekurencyjnym $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n - \frac{1}{n(n+1)} \end{cases}$
Wyznacz 6 wyraz tego ciągu.
4. Ciąg (a_n) jest określony wzorem rekurencyjnym $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = a_n + 2n + k \end{cases}$
Wiedząc, że $a_3 = 11$ oblicz a_5
5. Wykazać, że ciąg (a_n) jest rosnący i malejący
 - a) $a_n = \frac{2n-1}{n+1}$
 - b) $a_n = \frac{6n^2 + n - 2}{2n-1}$
 - c) $a_n = 2n^2 + 3n - 1$
6. Wykazać, że ciąg (a_n) jest rosnący i malejący
 - a) $a_n = \frac{5-n}{2n+3}$
 - b) $a_n = 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2n-1}$
 - c) $a_n = -3n^2 - 2$
7. Dla jakich wartości k ciąg (a_n) o wyrazie ogólnym
 - a) $a_n = \frac{kn+2}{3n+1}$ jest rosnący
 - b) $a_n = (k^2 - 4k + 3)n - 2$ jest malejący,

ĆW. ARYTMETYCZNY

- 1). Wykazać, że ciąg określony wzorem ogólnym (a_n) jest arytmetyczny
 a) $a_n = \frac{3-5n}{2}$ b) $a_n = \frac{9n^2-36}{n+2}$
2. W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są:
 - a) $r = 3$, $a_{30} = 58$ podaj wzór ogólny ciągu
 - b) $a_5 = 15$, $a_{17} = 51$ oblicz a_{125}
 - c) $\begin{cases} a_2 + a_8 = -15 \\ a_6 + a_9 = -25 \end{cases}$ wyznaczyć wzór ogólny ciągu
 - d) $a_5 = 14$ i suma 15 początkowych wyrazów równa 345. Oblicz a_1 i r
 - e) $a_6 = 5$, $a_{15} = 23$. Oblicz sumę 35 początkowych wyrazów tego ciągu.
3. Liczby $17+x$, $9+2x$, $11+5x$ są 3 początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego
 Oblicz sumę 50 początkowych wyrazów tego ciągu
4. Oblicz wartość wyrażenia $3+7+11+14+\dots+719$
5. Oblicz sumę wszystkich liczb dwucyfrowych, które przy dzieleniu przez 3 dają resztę 2
6. Oblicz x jeżeli $2+5+8+\dots+x=392$
7. Suma n -początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego jest określona wzorem $S_n = n^2 - 4n$. Wyznacz wzór ogólny tego ciągu.
8. W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są $a_3 = 8$, $2a_1 + a_5 = 18$.
 Suma kilku kolejnych początkowych wyrazów tego ciągu wynosi 1365
9. Kwota z odsetkami, którą mamy spłacać wynosi 46 200 zł.
 Spłacamy ją w 24 ratach z których każda następna jest o 50 zł mniejsza od poprzedniej. Podaj wysokość pierwszej i ostatniej raty
10. Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2n - 3$
 Oblicz sumę tego ciągu od wyrazu a_{15} do a_{70} włącznie
11. W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są $a_1 = 2$, $r = 4$. Dla jakiej wartości n zachodzi równość $a_{n+3} \cdot a_{n+6} = 3100$
12. Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2021 - 5n$
 Oblicz sumę wszystkich dodatnich wyrazów tego ciągu
13. W ciągu arytmetycznym 40 wyrazowym suma wyrazów o numerach parzystych wynosi 1340, a suma wyrazów o numerach nieparzystych 1400. Wyznacz ostatni wyraz tego ciągu.
14. W ciągu arytmetycznym (a_n) wyraz a_6 jest 2 razy większy od wyrazu a_5 , a suma 10 początkowych wyrazów tego ciągu wynosi $\frac{15}{4}$. Wyznacz wzór na n -ty wyraz tego ciągu.

CIAŁO GEOMETRYCZNY

- 1). Wykazać, że ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = 3 \cdot 2^{3-2n}$ jest geometryczny
2. Liczby $2a-3$, a , $2a+3$ tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny oblicz a .
3. W ciągu geometrycznym (a_n) dane są $a_4 = 12$, $a_2 = \frac{3}{2}$. Podaj wzór ogólny tego ciągu
4. Suma 6 początkowych wyrazów ciągu geometrycznego o ilorazie równym 2 wynosi 189. Wyznacz wzór ogólny tego ciągu
5. W ciągu geometrycznym (a_n) dane są $a_4 = 5$, $a_2 = \frac{1}{27} a_5$
Oblicz a_1 i q
6. W ciągu geometrycznym (a_n) o ilorazie $q = 3$ suma odwrotności wyrazu a_1 i a_2 wynosi 18. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu
7. Oblicz sumę 6 początkowych wyrazów różnicowego ciągu geometrycznego w którym $a_2 = 4$, $a_4 = 16$
8. Ciąg $(4, a, b, c, d, 8)$ jest geometryczny oblicz $a+b+c+d$
9. W ciągu geometrycznym (a_n) : $\begin{cases} a_1 + a_2 = 8 \\ a_3 - a_1 = 16 \end{cases}$ Oblicz a_1 i q
10. Ctery liczby tworzą ciąg geometryczny. Wiedząc, że pierwsza jest o 54 większa od drugiej, a trzecia o 6 większa od czwartej wyznacz te liczby.
11. Ciąg geometryczny (a_n) ma 6 wyrazów. Suma wyrazów o numerach nieparzystych wynosi 182, a stosunek $\frac{a_1 + a_3 + a_5}{a_2 + a_4 + a_6} = \frac{1}{3}$. Oblicz a_1
12. W ciągu geometrycznym (a_n) $\begin{cases} a_6 = 4a_4 \\ a_3 + a_4 = 432 \end{cases}$. Wiedząc, że iloraz tego ciągu jest ujemny oblicz pierwszy wyraz ciągu
13. W ciągu geometrycznym (a_n) $\begin{cases} a_3 + a_6 = -84 \\ a_4 + a_7 = 168 \end{cases}$ Wyznacz n tak, że $S_n = 32769$
14. Ciąg $(9, x, 19)$ jest arytmetyczny, a ciąg $(x, 42, y, z)$ geometryczny
Oblicz x, y, z
15. W ciągu arytmetycznym (a_n) $a_1 = 1$. Podaj wzór ogólny tego ciągu jeżeli wyrazy (a_2, a_3, a_6) tworzą ciąg geometryczny i $r \neq 0$
16. Dla jakich wartości x i y liczby $(3, 2x-1, y+2)$ tworzą jednocześnie ciąg arytmetyczny i geometryczny

Ciąg arytmetyczny

- ✓ 1. Dany jest ciąg (a_n) o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{7-2n}{5}$.
 - (a) Wykaż, że ciąg jest arytmetyczny.
 - (b) Oblicz sumę 50 początkowych wyrazów ciągu.
 - (c) Które wyrazy ciągu należą do przedziału $(-4; \frac{1}{5})$?
2. Liczby $2x^3 - 5x$, $x^2 + x$, $3x + 4$ są 3 początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego o wyrazach całkowitych. Ile początkowych wyrazów tego ciągu należy dodać, aby suma była równa 1089?
3. W ciągu arytmetycznym (a_n) : $a_7 = 21$, $S_7 = 105$. Oblicz n tak, aby $S_n = 273$.
4. Oblicz sumę wszystkich liczb 3-cyfrowych, które przy dzieleniu przez 9 dają resztę 2.
5. W ciągu arytmetycznym o wyrazach całkowitych iloczyn wyrazu trzeciego i szóstego wynosi 36. Dzieląc wyraz dziewiąty przez wyraz czwarty otrzymamy iloraz 3 i resztę 3. Oblicz sumę wyrazów tego ciągu od wyrazu 15 do 73 włącznie.
6. Pole prostokąta wynosi 108. Boki tego prostokąta oraz przekątna tworzą ciąg arytmetyczny. Oblicz obwód.
7. Ze skończonego ciągu kolejnych liczb naturalnych nieparzystych $(1, 3, 5, \dots, 2n-1)$ wybieramy kilka kolejnych końcowych, których suma wynosi 120. Różnica kwadratów największej i najmniejszej z wybranych liczb wynosi 360. Podaj wszystkie wybrane liczby.
8. Suma n -początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) wyraża się wzorem $S_n = -3n^2 + 6n$. Który wyraz tego ciągu wynosi (-51) .
9. Udowodnij, że jeżeli liczby: a^2 , b^2 , c^2 tworzą ciąg arytmetyczny i $r \neq 0$ to liczby: $\frac{1}{b+c}$, $\frac{1}{a+c}$, $\frac{1}{a+b}$ także tworzą ciąg arytmetyczny.
10. Liczbą trójkątną nazywamy liczbę $t_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$.
 - (a) Zbadaj, czy liczba 7626 jest liczbą trójkątną.
 - (b) Wyznacz największą 4-cyfrową liczbę trójkątną. ✓
11. Ciąg (a_n) określony jest wzorem $a_n = n^2 + n$. Czwarty i piąty wyraz tego ciągu są odpowiednio równe 13 i 18 wyrazowi ciągu arytmetycznego (b_n) . Wyznacz wszystkie wyrazy ciągu (b_n) , które spełniają warunek $(b_n)^2 - (b_{n+3})^2 < 36$.
12. Rozwiąż równanie $7 + 9 + 11 + \dots + (2n - 5) = n^2 - 237$. ✓
13. Jednym z pierwiastków trójmianu kwadratowego $y = ax^2 + bx + c$ jest $x = (-0, 2)$. Współczynniki tego trójmianu tworzą w podanej kolejności ciąg arytmetyczny, a ich suma wynosi 24. Oblicz drugi pierwiastek tego trójmianu.
14. Pierwszy wyraz skończonego ciągu arytmetycznego wynosi 30, różnica ciągu $r = -3$. Ostatni wyraz ciągu stanowi $\frac{1}{8}$ sumy wszystkich poprzednich wyrazów. Znajdź ilość wyrazów tego ciągu oraz oblicz jego sumę.
15. W ciągu arytmetycznym stosunek wyrazu szóstego do wyrazu trzeciego wynosi 7, a suma kwadratów wyrazu drugiego i czwartego wynosi 40. Podaj wzór ogólny tego ciągu. ✓
16. Oblicz sumę wszystkich liczb 3-cyfrowych, które nie dzielą się ani przez 3, ani przez 4. ✓
17. W ciągu arytmetycznym (a_n) o wyrazach całkowitych: $a_2 = -3$, $a_4 \cdot a_5 = 3$. Oblicz taką największą liczbę n , że $a_1 + a_2 + \dots + a_n \leq 2016$. ✓
18. Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = (n+2)(4-k^2)$, gdzie $k \in R$.
 - (a) Wykaż, że ciąg (a_n) jest arytmetyczny.
 - (b) Dla jakich wartości k , ciąg (b_n) określony wzorem $b_n = a_n + 3kn$ jest rosnący?

19. Wykaż, że jeżeli boki trójkąta prostokątnego tworzą rosnący ciąg arytmetyczny, to różnica tego ciągu jest równa długości promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt.
20. Suma 100 kolejnych liczb naturalnych, które przy dzieleniu przez 7 dają resztę 2 wynosi 43950. Wyznacz największą i najmniejszą z tych liczb.
21. Miary kątów wielokąta tworzą ciąg arytmetyczny, którego różnica wynosi 4° , a miara największego kąta 172° . Ile boków ma ten wielokąt?
22. Znaleźć sumę wszystkich nieskracalnych ułamków o mianowniku 3 zawartych między liczbami naturalnymi m i n , gdzie $(m < n)$.
23. Dany jest n -wyrazowy ciąg arytmetyczny o początkowych wyrazach: $\frac{n^2-1}{n}, n, \frac{n^2+1}{n}, \frac{n^2+2}{n}, \dots$.
 - (a) Znajdź ostatni wyraz oraz sumę wszystkich wyrazów ciągu.
 - (b) Dla jakich wartości n spełniony jest warunek $6 < S_n < 21$?
24. Dane są ciągi arytmetyczne: $(13, 15, 17, 19, \dots)$ i $(14, 17, 20, 23, \dots)$. Oblicz sumę 50 początkowych wyrazów, które występują jednocześnie w obu ciągach.
25. Wykaż prawdziwość wzoru $S_{3n} = 3(S_{2n} - S_n)$, gdzie S_n, S_{2n}, S_{3n} oznaczają odpowiednio Sumy $n, 2n$ i $3n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.

Ciąg geometryczny

1. Trzy liczby, których suma wynosi 7 tworzą malejący ciąg geometryczny. Największa z nich jest iloczynem liczby $\frac{4}{3}$ przez sumę pozostałych. Wyznacz te liczby.
2. Suma 3 kolejnych wyrazów ciągu geometrycznego wynosi 62. Różnica wyrazu trzeciego i drugiego jest 5 razy większa od różnicy wyrazu drugiego i pierwszego. Wyznacz wzór ogólny tego ciągu.
3. Ciąg geometryczny ma parzystą liczbę wyrazów. Suma wyrazów o wskaźnikach parzystych wynosi 12, a suma wyrazów o wskaźnikach nieparzystych wynosi 24. Wyznacz iloraz tego ciągu.
4. Kwotę 4650 zł podzielono na pewną liczbę nagród. Kwoty te stanowią malejący ciąg geometryczny. Oblicz wartość nagród, jeżeli największa nagroda wynosi 2400 zł, a najmniejsza 150 zł.
5. W ciągu geometrycznym (a_n) : $a_1 + a_5 = 51$, $a_2 + a_6 = 102$. Ile początkowych wyrazów tego ciągu należy dodać, aby suma wyniosła 3069.
6. Udowodnij, że suma odwrotności wszystkich wyrazów skończonego ciągu geometrycznego jest równa ilorazowi sumy wszystkich jego wyrazów przez iloczyn pierwszego i ostatniego wyrazu.
7. Udowodnij, że suma kwadratów trzech kolejnych wyrazów ciągu geometrycznego będącego liczbami całkowitymi jest podzielna przez sumę tych wyrazów.
8. W ciągu geometrycznym (a_n) : $a_1 + a_4 = 63$, $a_3 + a_6 = 567$. Wyznacz sumę 5 początkowych wyrazów tego ciągu, jeżeli wiadomo, że jest on rosnący.
9. Ciąg $(x - 3, x + 3, 6x + 2, \dots)$ jest geometryczny o wyrazach dodatnich. Oblicz iloraz tego ciągu i uzasadnij, że $\frac{S_{19}}{S_{20}} < \frac{1}{4}$.
10. Oblicz $1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{111\dots1}_n$.
11. Wykaż, że liczba $\underbrace{111\dots1}_{2n} - \underbrace{222\dots2}_n$ jest kwadratem liczby naturalnej.
12. Wykaż, że jeżeli (a_n) jest ciągiem geometrycznym to ciąg (b_n) określony wzorem $b_n = a_{n+1} - a_n$ jest także ciągiem geometrycznym.

Ciąg arytmetyczny i geometryczny

1. Wyznacz ciąg arytmetyczny (a_n) , jeżeli $a_5 = 9$ oraz (a_1, a_3, a_{13}) tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny.
2. Trzy liczby, których suma wynosi 15 tworzą rosnący ciąg arytmetyczny. Jeżeli drugą z nich zmniejszymy o 20%, a pozostałych nie zmienimy, to otrzymamy kolejne wyrazy ciągu geometrycznego. Znajdź te liczby.
3. Z 4 liczb pierwsze trzy tworzą ciąg geometryczny, a ostatnie trzy ciąg arytmetyczny. Znajdź te liczby, jeżeli suma liczb skrajnych wynosi 14, a suma środkowych - 12.
4. Trzy różne liczby, których suma wynosi 63 tworzą ciąg geometryczny i są jednocześnie 1, 4 i 16 wyrazem ciągu arytmetycznego. Jakie to liczby?
5. O ciągu (x_n) wiadomo, że:
 - (a) ciąg (a_n) : $a_n = 3^{x_n}$ jest geometryczny o ilorazie $q = 27$,
 - (b) $x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 145$.Oblicz x_1 .
6. Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 3^{1-n}$. Oblicz wartość wyrażenia:
 $\log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \log_3 a_3 + \dots + \log_3 a_{100}$.
7. Dane są 4 liczby, z których pierwsze trzy tworzą ciąg arytmetyczny o sumie 12, zaś ostatnie trzy ciąg geometryczny o sumie 19. Co to za liczby?
8. Trzy liczby tworzą ciąg geometryczny. Jeżeli drugą z nich zwiększymy o 8, to otrzymamy ciąg arytmetyczny. Jeżeli 3 wyraz ciągu arytmetycznego zwiększymy o 64 to znowu otrzymamy ciąg geometryczny. Co to za liczby?
9. Wykaż, że jeżeli liczby (a, b, c) tworzą ciąg arytmetyczny i geometryczny to $a = b = c$.
10. Oblicz 2 wyraz ciągu geometrycznego $a_n = 4^{x_n}$, jeżeli $x_5 = 10$, a $x_1 + x_2 + \dots + x_{12} = 174$.
11. Liczby (a, b, c) tworzą ciąg arytmetyczny, a liczby $\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{a+b+c}\right)$ ciąg geometryczny. Oblicz iloraz ciągu geometrycznego.
12. Ciąg (a, b, c) jest geometryczny, a ciąg $(3a + 3, 2b, c - 12)$ jest arytmetyczny i suma jego dwóch pierwszych wyrazów jest równa trzeciemu. Oblicz a, b, c .
13. Cztery liczby tworzą ciąg geometryczny. Jeżeli od pierwszej odejmiemy 2, od drugiej 3, od trzeciej 9, a od czwartej 25 to otrzymamy ciąg arytmetyczny. Co to za liczby?
14. Pomiedzy liczby 2 i 18 wstaw 3 liczby, których suma wynosi 25 tak, aby w utworzonym ciągu 5 liczb trzy pierwsze tworzyły ciąg arytmetyczny, a trzy ostatnie ciąg geometryczny.
15. Liczby (x, y, z) tworzą ciąg geometryczny o sumie 35. Wyznacz x, y, z , jeżeli $(x - 2, y - 3, z - 9)$ jest ciągiem arytmetycznym.
16. Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , w którym $a_2 + a_5 = 5$ i $a_1 \cdot a_3 = (-5)$.
 - (a) Sprawdź, czy $(a_3 + 3, a_4 + 6, a_5 + 18)$ tworzą w podanej kolejności ciąg ~~arytmetyczny~~ ^{geometryczny}.
 - (b) Oblicz sumę wszystkich wyrazów ciągu (a_n) , spełniającego warunek $(a_n + 8)^2 \geq 441$.
17. Trzy liczby, których suma wynosi 21 tworzą ciąg arytmetyczny. Jeżeli od tych liczb odejmiemy odpowiednio 1, 4, 3 to otrzymamy ciąg geometryczny. Co to za liczby?
18. Suma 3 początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (a_n) jest równa $\frac{7}{4}$. Liczby te są odpowiednio 4, 2 i 1 wyrazem ciągu arytmetycznego (b_n) . Wyznacz wzór ogólny ciągu (b_n) .
19. Pierwszy wyraz ciągu geometrycznego (a_n) jest równy 8. Oblicz iloraz tego ciągu jeżeli liczby: $(8, a_2 + 1, a_3)$ tworzą malejący ciąg arytmetyczny.
20. Trzy liczby dodatnie tworzą ciąg arytmetyczny, a kwadraty tych liczb w takiej samej kolejności tworzą ciąg geometryczny. Znajdź iloraz ciągu geometrycznego.
21. Oblicz 5 wyraz nieskończonego ciągu arytmetycznego o wyrazach $\log_{\frac{1}{2}} x_1, \log_{\frac{1}{2}} x_2, \log_{\frac{1}{2}} x_3, \dots$, jeżeli $x_1 + x_2 = \frac{3}{8}$ i $x_3 = \frac{1}{2}$.

Szereg geometryczny

1. Oblicz sumę wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego (a_n) o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{3}{(\sqrt{2})^n}$.
2. Oblicz wartość wyrażenia $\frac{0,0(25)}{1 - \frac{2}{5} + \frac{4}{25} - \frac{8}{125} + \dots}$.
3. Wyznacz pierwszy wyraz nieskończonego ciągu geometrycznego, którego suma wszystkich wyrazów wynosi 2, a suma sześciątów tych wyrazów $1\frac{1}{7}$.
4. Liczbę 6 zapisano w postaci sumy nieskończonego ciągu geometrycznego o ilorazie 0,75. Podaj wzór ogólny tego ciągu.
5. Podaj wzór ogólny nieskończonego ciągu geometrycznego, którego pierwszy wyraz jest równy 4 i jest 10 razy mniejszy od sumy jego pozostałych wyrazów.
6. Oblicz długość linii, jaką tworzą sumy obwodów kół o polach $\pi r^2, \frac{\pi r^2}{4}, \frac{\pi r^2}{16}, \dots$.
7. Dany jest nieskończony ciąg trójkątów równobocznych, których bok pierwszego wynosi a , a bok każdego kolejnego jest równy wysokości poprzedniego. Oblicz sumę pól wszystkich takich trójkątów.
8. W nieskończonym ciągu geometrycznym (a_n) : $a_1 + a_2 + a_3 = 6$ oraz $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = \frac{16}{3}$. Wyznacz wzór ogólny tego ciągu.
9. W nieskończonym ciągu geometrycznym zbieżnym suma wszystkich wyrazów o wskaźnikach nieparzystych wynosi 5, a suma wyrazów o wskaźnikach parzystych wynosi 2. Podaj wzór ogólny tego ciągu.
10. Dana jest funkcja $f(x) = 1 + \frac{3x-1}{4x+1} + (\frac{3x-1}{4x+1})^2 + \dots$.
 - (a) Podaj dziedzinę i zbiór wartości funkcji $f(x)$.
 - (b) Dla jakich argumentów wartości funkcji $f(x)$ są mniejsze od 3?
11. Suma wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego wynosi $\frac{10}{3}$, a suma kwadratów tych wyrazów $\frac{100}{21}$. Podaj wzór ogólny tego ciągu.
12. Rozwiąż nierówność: $\frac{x}{x+1} + (\frac{x}{x+1})^2 + (\frac{x}{x+1})^3 + \dots \leq \frac{-2}{x+3}$.
13. Rozwiąż równania:
 - (a) $1 + \frac{1}{1-x} + \frac{1}{(1-x)^2} + \dots = 1 - 2x$
 - (b) $1 + \frac{3}{x} + \frac{9}{x^2} + \dots = \frac{x}{3}$
14. Podaj wzór funkcji i ustal jej dziedzinę, jeżeli funkcja spełnia równanie:
$$1 + f(x) + (f(x))^2 + \dots = \frac{1}{2x^2 - 3x}$$