

OPTIMALIZACJA W GEOMETRII PŁASKIEJ

1. Na bokach BC , CA i AB trójkąta ABC wybrano punkty K , L , M , tak, że

$$\frac{|BK|}{|KC|} = \frac{|CL|}{|LA|} = \frac{|AM|}{|MB|} = k \quad \text{gdzie } k \in (0; \infty)$$

Niech $f(k)$ to funkcja określająca stosunek pola trójkąta KLM do pola trójkąta ABC

1.1. Wykazać, że $f(k) = \frac{k^2 - k + 1}{k^2 + 2k + 1}$

1.2. Dla jakiej wartości k stosunek pól tych trójkątów jest najmniejszy

2. W trapez równoramienny można wpisać okrąg, a suma dłuższej podstawy x i wysokości h jest równa 6, gdzie $x \in (3; 6)$

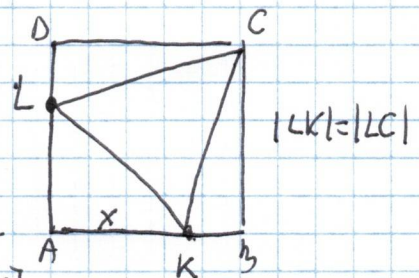
a) Wykazać, że obwód trapezu L jako funkcja zmiennej x jest określona wzorem $L(x) = \frac{4x^2 - 24x + 72}{x}$; $x \in (3; 6)$

b) Wyznaczyć wymiary tego z rozpatrywanych trapezów dla których ten obwód jest najmniejszy

3. Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 6

a) Wykazać, że pole P trójkąta równoramiennego z zależności od długości odcinka $|AK| = x$ jest określone wzorem $P(x) = \frac{1}{24}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + 18$ gdzie $x \in [0; 6]$

b) Obliczyć boki trójkąta dla którego pole trójkąta jest najmniejsze i obliczyć to najmniejsze pole.



4. Na kole o promieniu 4 opisano trójkąt prostokątny. Niech x oznacza długość jednej z przyprostokątnych trójkąta gdzie $x \in (8; 13]$

a) Wykazać, że pole P trójkąta jako funkcja zmiennej x jest określona wzorem $P(x) = \frac{4x^2 - 16x}{x - 8}$

b) Wyznaczyć długości boków trójkąta, dla których pole trójkąta jest najmniejsze i obliczyć to pole

5. Rozpatrujemy trapezy równoramienne o podstawach 12. Niech x oznacza odległość środka ramion trapezu, i $x \in (0; 12)$

a) Wykazać, że pole P trapezu jako funkcja zmiennej x jest określona wzorem $P(x) = \sqrt{144x^2 - x^4}$

b) dla jakiej wartości x pole trapezu jest największe. Dla wyznaczonej wartości x obliczyć długości boków trapezu.