

GRANICA CIĄGÓW.

zad 1. Oblicz

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} (-5n^3 + 3n^2 - n + 1)$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} (2-3n)^3 (1-n^2)^4$$

$$5) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5-3n^2}{2n^2-3n+1}$$

$$7) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4-2n^2}{n^3-n+1}$$

$$9) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5-2n^3)(n^4-5n+1)}{(2-n)^3(1-2n^2)^2}$$

$$11) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^5+n^4-n+1}{n^3-n+2}$$

$$13) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(4 - \frac{3n}{2-n} + \frac{5-2n^2}{1+3n^2} \right)$$

$$15) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3}{n^2-1} - \frac{n^2+5n}{n-3} \right)$$

$$17) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n^2}{3+7+11+\dots+(4n+3)}$$

$$19) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sqrt{n^2-3n+6} \right)$$

$$21) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+n} - n}{2n-1 - \sqrt{4n^2+6n-3}}$$

$$23) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{(2n+1)(n^2-3n)^2}{(4n-1)^2(n^3+1)}}$$

$$25) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 4^{n+1}}{2^n + 3^n - \frac{1}{2} \cdot 4^n}$$

$$27) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n} \right)$$

$$29) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^3+5n^2} - n \right)$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} (2n^4 - n^2 - 3)$$

$$4) \lim_{n \rightarrow \infty} (-n+2)^7 \cdot (3-n+2n^2)^4$$

$$6) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-5n^3+n-2}{2n^3+n^2-1}$$

$$8) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-3n^2}{2n^4-5n+2}$$

$$10) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-3)(2n-1)(n^2-1)^2}{(-3n^2+4n-2)^2}$$

$$12) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-1)^5(n^2-1)}{-2n^4+2}$$

$$14) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2-n}{1+n} - \frac{3n^2}{1-n^2} + \left(\frac{2}{3} \right)^n \right)$$

$$16) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3+3n}{n^2+2} - \frac{n^2+7n}{n+21} \right)$$

$$18) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+7+12+\dots+(5n-3)}{(2n-1)(3-n)}$$

$$20) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n\sqrt{3} - \sqrt{3n^2-2n+1} \right)$$

$$22) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{9n^2-2n} - (3n+1) \right)$$

$$24) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{5-n^6} + 2n^2}{\sqrt{9n^4+n} - n^2}$$

$$26) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{2n-1} + 5^n - 1}{9^{n+1} - 6^n + 2^n}$$

$$28) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-3^{n+1}}{1+3+9+\dots+3^{n-1}}$$

$$30) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2n - \sqrt[3]{8n^3-6n^2} \right)$$

$$31. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{b_{n+1}} \quad \text{jeżeli } b_n = 2 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n$$

$$32. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_{n-1}} \quad \text{jeżeli } a_n = 5 + 5^2 + \dots + 5^n$$

$$33. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{6^n + 7^n + 8^n}$$

$$34. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(\frac{1}{3}\right)^n + \left(\frac{3}{4}\right)^n + \left(\frac{1}{2}\right)^n}$$

$$35. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n+2}$$

$$36) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 \cos(4n-2)}{n^3 + 2n + 5}$$

$$37. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{4n} \sin(4n-3) - \frac{5n}{10n+1} \right)$$

$$38) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n}{n^2+1} \cos(3n+1) + \frac{2n}{n+3} \right)$$

$$39. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \dots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} \right)$$

$$40. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right)$$

Zad2. Dane są ciąg: $a_n = \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n + \frac{n}{2n-1}\right)$ $b_n = (2n - \sqrt{4n^2 + 3n})$

Oblicz a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_{n-1}}{(b_n)^2 - 3a_n + 5}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{6}a_n} - \frac{1}{2}b_n}{(a_n)^2 - (b_n)^2}$

Zad3. Dane są również ciąg: arytmetyczny (a_n) i geometryczny (b_n)
 pierwsze wyrazy obu ciągów są równe 2, trzeci wyrazy obu ciągów
 też są równe, natomiast $a_{11} = b_5$. Oblicz

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n^2 + 1}{5n^2 + 3n - 1}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n + 5}{4^n + 7}$

Zad4. Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem

$$a_n = \frac{(k^2 - 9)n^2 + 5n + 2}{(k^2 - 4k + 3)n^2 + (k - 2)n + 2}$$

Dla jakich wartości k

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 5$

b) ciąg (a_n) jest zbieżny.

Zad5. Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem

$$a_n = \frac{(k^2 + k)n^2 + 2n + 1}{(k^2 - 1)n^2 + (2 + k)n - 3}$$

Dla jakich wartości k

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$

b) ciąg (a_n) jest rozbieżny.