

ANALIZA MATEMATYCZNA

ZESTAW ZADAŃ

I. Granica i ciągłość funkcji

Zadanie 1. Oblicz:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{2x-x^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{2x-10}$

g) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{2x^2-x-6}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^3-5x}$

h) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+2x-15}{x^2-9}$

f) $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x^2+5x+4}{x+1} + 2 \right)$

i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-3x^2+2}{2x^3+5x-7}$

Zadanie 2. Sprawdź, czy istnieje $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$. Jeżeli istnieje, to podaj jej wartość.

a) $f(x) = \frac{x^2-7x+6}{|2x-2|}; x_0 = 1$

b) $f(x) = \begin{cases} 3^x - 2 & \text{dla } x < 2 \\ \log_2(10x-4) + 3 & \text{dla } x > 2 \end{cases}; x_0 = 2$

c) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x+2} & \text{dla } x < -2 \\ 3x+6 & \text{dla } x > -2 \end{cases}; x_0 = -2$

Zadanie 3. Dla jakich wartości parametru m istnieje $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, jeżeli:

a) $f(x) = \begin{cases} 2x-m & \text{dla } x \leq 1 \\ 4x^2+2 & \text{dla } x > 1 \end{cases}; x_0 = 1$

b) $f(x) = \begin{cases} (3x-m)^2 & \text{dla } x > 2 \\ \frac{4x-8}{x^2-2x} & \text{dla } x \in (0, 2) \end{cases}; x_0 = 2$

Zadanie 4. Oblicz:

a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+3}{4-x^2}$

c) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3-x}{x^2+x}$

b) $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x^2-2}{|3x+9|}$

d) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{3+2x}{|x^2-25|}$

Zadanie 5. Oblicz:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + x - 2)$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + x - 2} - 2x)$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2-4)^5}{(2x+1)^3(x^7-2)}$

e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-5x}{\sqrt{3x^2-5x+2}}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^6-2x^4+3}{-x^3+2}$

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2}x(\sqrt{4x^2+1} + 2x)$

Zadanie 6. Wyznacz równania asymptot wykresów funkcji określonych wzorami:

a) $f(x) = \frac{x^2-3}{8-2x^2}$

c) $f(x) = \frac{2x^2+1}{x+3}$

e) $f(x) = \frac{x}{2x-1} + x$

b) $f(x) = \frac{3x-3}{x^2-7x+6}$

d) $f(x) = \frac{x^3}{x^2-x-2}$

f) $f(x) = \frac{5-2x^2}{x^4+4x^2+4}$

Zadanie 7. Zbadaj, czy funkcja f jest ciągła w punkcie x_0 .

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{2x-2} & \text{dla } x \in \mathbb{R} \setminus \{1\} \\ -\frac{1}{2} & \text{dla } x = 1 \end{cases}; x_0 = 1$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} \log_3(2x-3) & \text{dla } x > 15 \\ \frac{1}{2} - x & \text{dla } x \leq 15 \end{cases}; x_0 = 15$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{|x-3|} & \text{dla } x < 3 \\ 2-2^x & \text{dla } x \geq 3 \end{cases}; x_0 = 3$$

Zadanie 8. Dla jakich wartości parametru m funkcja jest ciągła w punkcie x_0 ?

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-5x}{3x} & \text{dla } x \neq 0 \\ mx^2 + 2m & \text{dla } x = 0 \end{cases}; x_0 = 0$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-5x+4}{|2x-2|} & \text{dla } x < 1 \\ 3x + 2m - 1 & \text{dla } x \geq 1 \end{cases}; x_0 = 1$$

Zadanie 9. Wykaż, że podane funkcje są ciągłe w zbiorze $\mathbb{R}$.

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{x-4} & \text{dla } x < 4 \\ 3x - 4 & \text{dla } x \geq 4 \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 3 & \text{dla } x \leq 0 \\ \log_2(2x + 8) & \text{dla } x \in (0, 4) \\ 2^x - 12 & \text{dla } x > 4 \end{cases}$$

Zadanie 10. Dla jakich wartości parametrów podana funkcja jest ciągła w zbiorze $\mathbb{R}$?

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{x-1} & \text{dla } x \neq 1 \\ 3^x + m & \text{dla } x = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} kx^2 + (2k-1)x + 1 & \text{dla } x < 1 \\ 2^x - 3k + 1 & \text{dla } x \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-3x^2-4x+12}{x^2-x-6} & \text{dla } x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 3\} \\ mx^2 - 2kx + 1 & \text{dla } x = -2 \\ kx + m & \text{dla } x = 3 \end{cases}$$

Zadanie 11. Wyznacz punkty nieciągłości funkcji oraz podaj maksymalne przedziały, w których funkcja jest ciągła.

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^2+x-2} & \text{dla } x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 1\} \\ \frac{1}{3} & \text{dla } x = -2 \vee x = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} 3|x| - 2 & \text{dla } x \leq -1 \\ x^2 & \text{dla } x \in (-1, 2) \\ 3^x - 4 & \text{dla } x > 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} \frac{|x+3|}{|x|-3} & \text{dla } x < -3 \\ \log_3(x+12) & \text{dla } x \in (-3, 15) \\ 2x - 27 & \text{dla } x \in (15, 50) \end{cases}$$

II. Pochodna i jej zastosowanie

Zadanie 1. Korzystając z definicji pochodnej funkcji f w punkcie x_0 , oblicz:

- a) $f'(-1)$ jeżeli $f(x) = 2x^2 - 3$
b) $f'(2)$ jeżeli $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$
c) $f'(k)$ jeżeli $f(x) = \sqrt{2x-1}$, $k \in \left(\frac{1}{2}, \infty\right)$

Zadanie 2. Sprawdź, czy podana funkcja jest różniczkowalna w punkcie x_0 .

- a) $f(x) = 2x - |x|$; $x_0 = 0$
b) $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & \text{dla } x \leq 3, \\ x^2 - 10x + 5 & \text{dla } x > 3, \end{cases}$ $x_0 = 3$

Zadanie 3. Stosując podane wzory, oblicz pochodną każdej z funkcji.

- a) $f(x) = 3x^2 - \frac{2}{x} + 5\sqrt{x} - 3 \sin x + 1$
b) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x} \sqrt{x}}$
c) $f(x) = \frac{-2}{x^3} + \sqrt[5]{x} - 2 \operatorname{tg} x + 3x^4$
d) $f(x) = (2x - 3) \cos x$
e) $f(x) = \frac{x^2 - 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2}}$
f) $f(x) = \frac{x^3 - 8}{x^2 + 2x + 4}$
g) $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{x - 2}$

Zadanie 4. Oblicz:

- a) $f'(3)$ jeżeli $f(x) = \frac{x^2-1}{x+2}$
b) $f'(-1)$ jeżeli $f(x) = \frac{x-2}{x^2+2x+2}$

Zadanie 5. Oblicz pochodne funkcji złożonych:

- a) $f(x) = (2x^2 - 5x + 3)^{10}$
b) $f(x) = \sqrt{5x^3 - 2x + 1}$
c) $f(x) = \cos(5x^2 - 3)$
d) $f(x) = \sin^6 x$
e) $f(x) = \cos^3(2x - 2)$
f) $f(x) = (x^2 - 1)^3 \cdot \sqrt{x}$
g) $f(x) = \frac{\sin^2 x}{2x-1}$
h) $f(x) = \left(\frac{2x}{x^2-1}\right)^4$
i) $f(x) = \frac{\cos^2 x}{\sin 3x}$

Zadanie 6. Rozwiąż równanie $f'(x) = 9$, jeżeli $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$.

Zadanie 7. Dla jakich wartości k zachodzi związek $f'(3) > 3$, jeżeli $f(x) = -2x^2 + (k+2)x - 3$?

Zadanie 8. Rozwiąż nierówność $f'(x) \leq 0$, jeżeli $f(x) = \frac{4-x^2}{x^2+2}$.

Zadanie 9. Dana jest funkcja $f(x) = \frac{x-7}{2x^2+kx}$. Dla jakich wartości k prawdziwa jest równość: $f'(2) = \frac{19}{64}$?

Zadanie 10. Dla jakich wartości m : $f(x) > f'(x)$ dla każdego $x \in \mathbb{R}$, jeżeli $f(x) = x^2 + mx + 4$?

Zadanie 11. Wyznacz równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x) = \frac{2x^2}{x+1}$ w punkcie o odciętej $x_0 = 2$.

Zadanie 12. Wyznacz równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x^3 + 2x^2 + 8x + 16$ w punkcie przecięcia wykresu z osią OX .

Zadanie 13. Wyznacz miarę kąta przecięcia wykresu funkcji $f(x) = \frac{1-x}{x}$ z osią OX .

Zadanie 14. Wyznacz równania stycznych do wykresu funkcji $f(x) = \frac{2x^4}{x^2+1}$ w punktach, w których rzędna jest równa 1.

Zadanie 15. Napisz równania wszystkich stycznych do krzywej:

a) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$ i równoległych do prostej $y = 12x - 1$

b) $f(x) = \frac{x-5}{x-2}$ i równoległych do prostej $y - 3x + 1 = 0$

c) $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ i prostopadłych do prostej $y = -1,5x + 2$

d) $f(x) = \frac{x^2+5}{x-2}$ i nachylonych do osi OX pod kątem 35°

Zadanie 16. Wykaż, że styczne do wykresu funkcji $f(x) = \frac{1+3x^2}{x^2+3}$ poprowadzone w punktach, dla których $f(x) = 1$, przecinają się w początku układu współrzędnych pod kątem prostym.

Zadanie 17. Dana jest funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ i $a > 0$. Wykaż, że pole trójkąta ograniczonego osiami układu współrzędnych oraz styczną do wykresu funkcji przyjmuje stałą wartość w każdym punkcie tego wykresu. Oblicz to pole.

Zadanie 18. Dana jest funkcja $f(x) = 16x^2 + \frac{1}{x}$ dla $x \neq 0$. Uzasadnij, że prosta przechodząca przez początek układu współrzędnych i styczna do wykresu funkcji f jest określona równaniem $y = 12x$.

Zadanie 19. Wyznacz przedziały monotoniczności podanych funkcji, określ ich ekstrema i podaj ich wartość.

a) $f(x) = -x^3 + x^2 + 8$

g) $f(x) = \frac{x^2-4x}{x^2-1}$

b) $f(x) = -2x^4 + 8x^3$

h) $f(x) = \frac{x-1}{x^2-7x+10}$

c) $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$

i) $f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x^2}$

d) $f(x) = \frac{x^3}{x^2-x-2}$

j) $f(x) = \frac{x^3}{x^2-9}$

e) $f(x) = \frac{2x^2+x-4}{x+2}$

k) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + 1$

f) $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+2}$

l) $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 1$

Zadanie 20. Dla jakich wartości m funkcja $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + mx + 6 + m$ jest malejąca w $\mathbb{R}$?

Zadanie 21. Dla jakich wartości m funkcja $f(x) = x^3 + 4x^2 + mx - 5$ jest rosnąca w $\mathbb{R}$?

Zadanie 22. Dla jakich wartości m funkcja $f(x) = 4x^3 + 5mx^2 + 5(9 - m)$ nie posiada ekstremów?

Zadanie 23. Funkcja $f(x) = ax^3 + bx + 2$ osiąga dla $x = -1$ ekstremum równe 4. Oblicz a i b oraz rozstrzygnij, czy to maksimum czy minimum.

Zadanie 24. Funkcja $f(x) = \frac{x^2+mx+k}{x-5}$ osiąga dla $x = 3$ maksimum równe 1. Podaj maksymalne przedziały monotoniczności tej funkcji.

Zadanie 25. Funkcja $f(x) = \frac{ax+b}{1-x^2}$ osiąga dla $x = 0$ ekstremum równe 1. Wyznacz równanie stycznej do wykresu tej funkcji w punkcie o odciętej równej 2.

Zadanie 26. Zbadaj liczbę ekstremów funkcji $f(x) = ax^3 + x^2 + x + b$ w zależności od parametrów a i b .

Zadanie 27. Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji w podanym zbiorze A .

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 5$; $A = \langle -1, 1 \rangle$

d) $f(x) = \frac{3x^2}{x^2+2x+4}$; $A = \langle 0, 4 \rangle$

b) $f(x) = x^4 - x^2 - 2$; $A = \langle -1, 2 \rangle$

e) $f(x) = \frac{x^3-x}{x^2+3x-4}$; $A = \langle -3, -1 \rangle$

c) $f(x) = x + \frac{4}{x}$; $A = \langle 1, 3 \rangle$

Zadanie 28. Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność $x^4 - x^2 - 2x + 3 > 0$.

Zadanie 29. Wykaż, że dla $x \in \mathbb{R}_+$ zachodzi nierówność $x^5 > x^3 - 2x$.

Zadanie 30. Wykaż, że równanie $x^3 - x^2 - 5x + 3 = 0$ ma 3 różne pierwiastki.

Zadanie 31. Wykaż, że równanie $x^{2018} + ax + b = 0$ z niewiadomą x ma co najwyżej 2 rozwiązania.

Zadanie 32. Wykaż, że jeżeli $a > 0$, to równanie $x^3 + ax^2 + a(a+1)x - (a+1)^2 = 0$ ma dokładnie 1 rozwiązanie.

Zadanie 33. Dla jakich wartości m funkcja $f(x) = \frac{4}{3}x^3 - 3(m+1)x^2 + m^2x - 3m - 1$ posiada ekstrema?

Zadanie 34. Określ liczbę rozwiązań równania $f(x) = k$ w zależności od parametru k , jeżeli:

a) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

e) $f(x) = \left| \frac{x}{x^2-5x+4} \right|$

b) $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2-4}$

f) $f(x) = |(x-1)^3 + 2(x-1)^2 + (x-1)|$

c) $f(x) = \frac{x^2-4x}{x^2+2}$

g) $f(x) = 1 + \frac{2x}{x^2-3} + \left(\frac{2x}{x^2-3} \right)^2 + \dots$

d) $f(x) = \frac{2}{x^2-4|x|}$

Zadanie 35. Wyznacz zbiór wartości funkcji:

a) $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

b) $f(x) = \frac{x^2-4|x|}{x^2+2}$

c) $f(x) = \left| \frac{4x}{x^2+1} \right| - 2$

Zadanie 36. Wiedząc, że x_1, x_2 są różnymi pierwiastkami równania $(m^2 - 1)x^2 - 2x + \frac{1}{4}$, zbadaj przebieg zmienności funkcji $f(m) = x_1 + x_2$.

III. Optymalizacja – geometria płaska

Zadanie 1. Ogród ma kształt prostokąta o powierzchni 450 m^2 , który jest przyległy jednym z boków do budynku. Ogród należy ogrodzić płotem. Jakie powinny być wymiary ogrodu, aby długość płotu była najmniejsza?

Zadanie 2. Na kole o promieniu 4 cm opisano trójkąt prostokątny. Wyznacz długości boków trójkąta, który ma najmniejsze pole.

Zadanie 3. W okrąg o promieniu R wpisano trójkąt równoramienny ostrokątny. Odległość podstawy trójkąta od środka okręgu oznaczono przez x . Dla jakiej wartości x pole trójkąta jest największe? Oblicz to pole.

Zadanie 4. (MATURA 2016) Parabola $y = 2 - \frac{1}{2}x^2$ przecina oś OX w punktach $A = (-2, 0)$ i $B = (2, 0)$. Rozpatrujemy wszystkie trapezy równoramienne $ABCD$, których dłuższą podstawą jest AB , a końce C i D krótszej podstawy leżą na paraboli. Wyznacz pole trapezu $ABCD$ w zależności od pierwszej współrzędnej wierzchołka C . Oblicz współrzędne wierzchołka C tak, aby pole trapezu było największe.

Zadanie 5. Prosta przechodząca przez punkt $P = (2, 2)$ odcina na dodatnich półosiach układu współrzędnych odcinki, których suma długości jest najmniejsza. Znajdź równanie tej prostej.

Zadanie 6. Wyznacz największą wartość pola prostokąta, którego dwa wierzchołki leżą na paraboli $y = x^2$, a dwa pozostałe na cięciwie paraboli wyznaczonej przez prostą $y = 3$.

Zadanie 7. Wyznacz największą wartość pola prostokąta, którego dwa wierzchołki leżą na paraboli $y = x^2 - 4x + 4$, a dwa pozostałe na cięciwie paraboli wyznaczonej przez prostą $y = 3$.

Zadanie 8. Wyznacz maksymalne pole rombu, jeżeli bok rombu ma długość a .

Zadanie 9. Rozpatrujemy trapezy równoramienne, w których krótsza podstawa i ramiona mają długość 5 cm. Wyznacz długość dłuższej podstawy, aby pole trapezu było największe i oblicz to pole.

Zadanie 10. Pole trapezu równoramiennego wynosi 4. Jaką najmniejszą długość ma przekątna tego trapezu i ile musi wynosić wtedy wysokość tego trapezu?

Zadanie 11. W półkole o promieniu 6 cm wpisujemy trapez, którego dłuższa podstawa jest średnicą półkola. Oblicz największe pole takiego trapezu.

Zadanie 12. Dany jest wykres paraboli $y = x^2$ dla $x \geq 0$. Prosta l styczna do wykresu paraboli wraz z prostymi: $x = 0$, $y = 0$ i $y = 4$ wyznacza trapez. Oblicz współrzędne takiego punktu styczności, aby ten trapez miał najmniejsze pole. Oblicz wartość tego pola.

Zadanie 13. Obwód trójkąta prostokątnego wynosi 8. Jakie największe pole ma ten trójkąt?

Zadanie 14. W koło o średnicy 6 cm wpisano prostokąt o największym polu. Oblicz długości boków tego prostokąta.

Zadanie 15. Dwa wierzchołki prostokąta leżą na osi X a pozostałe dwa należą do paraboli $y = 4 - x^2$ i znajdują się powyżej osi X . Oblicz największe pole tego prostokąta.

Zadanie 16. (MATURA 2018) W trapez równoramienny można wpisać okrąg, a suma długości dłuższej podstawy a i wysokości trapezu wynosi 2.

- a) Dla jakich wartości a istnieje trapez o podanych własnościach?
- b) Wykaż, że obwód L trapezu wyraża się wzorem $L(a) = \frac{4a^2 - 8a + 8}{a}$.
- c) Oblicz tangens kąta ostrego tego spośród rozpatrywanych trapezów, którego obwód jest najmniejszy.

IV. Optymalizacja – geometria przestrzenna

Zadanie 1. Mając kwadratowy arkusz blachy o krawędzi 50 cm, wycinamy na jego rogach kwadraty o boku x tak, aby powstała siatka otwartego pudełka o największej objętości. Oblicz x i wyznacz tę objętość.

Zadanie 2. Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny, w którym suma wszystkich krawędzi wynosi 18. Oblicz największą objętość tego graniastosłupa.

Zadanie 3. Wyznacz wymiary walca o polu całkowitym 150π tak, aby jego objętość była największa i oblicz tę objętość.

Zadanie 4. Przekrój osiowy walca jest prostokątem o obwodzie $2p$. Oblicz największą objętość tego walca.

Zadanie 5. W kulę o promieniu r wpisano walec o największej objętości. Wyznacz stosunek objętości kuli do objętości walca.

Zadanie 6. Pole powierzchni bocznej stożka wynosi 65π , a promień podstawy ma długość 5. Oblicz największą objętość walca wpisanego w ten stożek.

Zadanie 7. Producent postanowił rozlewać sok do kartonów w kształcie prostopadłościanu o pojemności 1,8 l. Stosunek długości krawędzi podstaw wynosi 2 : 3. Podaj wymiary pudełka, aby na jego wykonanie zużyć jak najmniej tektury.

Zadanie 8. Objętość graniastosłupa prawidłowego trójkątnego wynosi $6\frac{3}{4}$. Oblicz najmniejsze pole całkowite tego graniastosłupa.

Zadanie 9. (MATURA 2015) Przekrojem osiowym stożka jest trójkąt o obwodzie 20. Oblicz największą objętość tego stożka.

Zadanie 10. Jakie wymiary należy nadać puszcze do konserw w kształcie walca o objętości V , aby na jej wykonanie zużyć jak najmniej materiału?

Zadanie 11. Wyznacz największą objętość stożka, którego tworząca ma długość 6 cm.

Zadanie 12. Krawędzie podstaw prostopadłościanu są w stosunku 3 : 4, a przekątna prostopadłościanu ma długość $10\sqrt{2}$. Oblicz największe pole powierzchni bocznej tego prostopadłościanu.

Zadanie 13. (MATURA 2017) Rozpatrujemy wszystkie walce o polu całkowitym P . Oblicz wysokość i promień podstawy tego walca, którego objętość jest największa. Oblicz tę największą objętość.

Zadanie 14. Prostokąt o obwodzie 48 obracamy wokół krótszego boku. Wyznacz długości boków prostokąta, aby objętość powstałego walca była największa.

V. Optymalizacja – pozostałe zadania

Zadanie 1. Oblicz najmniejszą wartość wyrażenia $2x^3 + y^3 + z^3$, jeżeli $x + y = 2$ i $x + z = 1$.

Zadanie 2. Suma dwóch liczb rzeczywistych dodatnich wynosi 2. Wyznacz najmniejszą wartość, jaką może osiągać suma odwrotności tych liczb.

Zadanie 3. Wydajność pracy pewnego robotnika zmienia się w czasie ośmiogodzinnego dnia pracy i po t godzinach, gdzie $t \in \langle 7^{00} - 15^{00} \rangle$, osiąga wartość $W(t) = 60 + 9t + t^2 - \frac{1}{9}t^3$. O której godzinie jego wydajność jest największa?

Zadanie 4. Dla jakiej wartości parametru m suma sześciątów pierwiastków poniższego równania jest najmniejsza? Oblicz wartość tej sumy. $x^2 + mx + m^2 - 3 = 0$

Zadanie 5. Wyznacz najmniejszą wartość, jaką może przyjąć suma odwrotności pierwiastków równania $x^2 - 8x + k^2 + 4 = 0$.