

Czworokąty opisane na okręgu i wpisane w okrąg.

1. W trapez, którego kąty przy podstawie mają 30° i 60° wpisano koło o polu 48π . Oblicz długości boków trapezu.
2. Stosunek długości ramion trapezu opisanego na okręgu wynosi $3:4$. Promień tego okręgu wynosi 6, a obwód trapezu 70. Oblicz długości podstaw trapezu.
3. Na okręgu o promieniu r opisano trapez prostokątny, którego większa podstawa ma długość $\frac{3}{2}r$. Oblicz pole trapezu.
4. W trapez ABCD wpisano okrąg. Dwusieczna kąta przy wierzchołku A jest prostopadła do ramienia BC. Oblicz $|BC|:|DC|$.
5. Niech O będzie środkiem okręgu wpisanego w trapez ABCD o podstawach AB i CD. Wykaż, że trójkąt BCO jest prostokątny.
6. Punkt styczności okręgu o promieniu $r = 6\sqrt{2}$ wpisanego w trapez prostokątny dzieli dłuższe ramię trapezu w stosunku $1:2$. Oblicz długości podstaw trapezu.
7. Środek okręgu wpisanego w trapez równoramienny znajduje się w odległości 4 cm i 8 cm od końców ramienia trapezu. Oblicz długości podstaw i pole trapezu.
8. Trapez równoramienny o przekątnej 5 i obwodzie 16 jest opisany na okręgu. Oblicz pole trapezu.
9. Ramiona trapezu opisanego na okręgu mają 9 cm i 15 cm, a odcinek łączący środki ramion dzieli trapez na 2 figury, których stosunek pól wynosi $5:11$. Oblicz długości podstaw trapezu i jego pole.
10. Wykaż, że jeżeli w trapez równoramienny o podstawach a i b można wpisać okrąg o promieniu r to $r = \frac{\sqrt{ab}}{2}$.
11. W trapez prostokątny o podstawach a i b ($a > b$) wpisano koło. Oblicz pole tego koła.
12. Trapez równoramienny jest opisany na okręgu o promieniu 4. Oblicz długości boków trapezu jeżeli jedno z podstaw jest 4 razy większe od drugiego.
13. W trapez prostokątny, którego jedno z podstaw jest 3 razy dłuższe od drugiego wpisano okrąg. Dłuższe ramię trapezu ma 15 cm. Oblicz długości podstaw trapezu i promień tego koła.

14. W trapez równoramienny o kącie ostrym α wpisano koło. Oblicz promień koła, jeżeli krótsza podstawa trapezu ma długość 6.
15. Na okręgu o promieniu r opisano trapez równoramienny. Punkt styczności okręgu z ramieniem podzielił ramię w stosunku $2:5$. Oblicz długości podstaw trapezu.
16. Oblicz długości podstaw trapezu równoramiennego opisanego na okręgu o promieniu r jeżeli odcinek łączący środki ramion trapezu ma długość x .
17. Na bokach AB i BC trójkąta ABC wybrano punkty D i E w taki sposób że odcinek DE jest styczny do okręgu wpisanego w trójkąt ABC oraz trójkąt DBE jest równoboczny. Obwód trójkąta ABC wynosi 20, a długość boku AC jest równa 7. Oblicz pole trójkąta DBE .
18. W czworokąt $ABCD$ w którym $|AD| = 5\sqrt{3}$ i $|CD| = 6$ można wpisać okrąg. Prosta BD tworzy z bokiem AB czworokąt kąt o miarze 60° , natomiast z bokiem AD tworzy kąt α taki, że $\sin \alpha = \frac{3}{4}$. Wyznacz długości boków AB i BC oraz długości przekątnej BD tego czworokąta.
19. W koło wpisano trapez równoramienny o podstawach 20 cm i 8 cm i ramionach po 10 cm. Oblicz promień tego koła.
20. Oblicz promień koła opisanego na czworokącie, którego boki mają długości: 2, 3, 4, 5.
21. W okrąg wpisano trapez o obwodzie 20 i przekątnej $\sqrt{41}$. Oblicz promień tego okręgu jeżeli wiadomo, że w trapez można również wpisać koło.
22. W okrąg o promieniu $R=6$ wpisano trapez, którego dłuższa podstawa jest średnicą okręgu. Oblicz pole i obwód trapezu, jeżeli krótsza podstawa ma długość 2.
23. W trapezie równoramiennym jedna z podstaw jest 2 razy dłuższa od drugiej, a przekątne trapezu zawierają się w dwusiecznej kąta ostrego trapezu. Wiedząc, że pole trapezu wynosi $3\sqrt{3}$ oblicz promień koła opisanego na trapezie.
24. Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg o promieniu $4\sqrt{3}$. Przekątna $|BD|=12$, a iloczyn sinusów wszystkich kątów wewnętrznych tego czworokąta wynosi $\frac{3}{16}$. Oblicz miary kątów czworokąta jeżeli kąty przy wierzchołku A i B są ostre.

25. Jedną z podstaw trapezu wpisanego w okrąg jest średnica okręgu. Stosunek obwodu trapezu do sumy długości jego podstaw jest równy $3:2$. Oblicz cosinus kąta ostrego trapezu.
26. W czworokącie $ABCD$: $\angle ADC = \angle ABC = 90^\circ$ i $\angle DCB = 135^\circ$ wykaż, że $\frac{|DB|}{|AC|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
27. Kontajęc 2 danych na rysunku oblicz miary kątów czworokąta $ABCD$ jeżeli na tym czworokącie można opisać okrąg.
28. Kontajęc 2 danych na rysunku wykaż, że na czworokącie $CEFG$ można opisać okrąg
29. Oblicz promień koła opisanego na trapezie równoramiennym o kącie ostrym 60° , jeżeli ramiona trapezu i krótsze podstawy mają po 6 cm .
30. W trapez równoramienny wpisano okrąg o promieniu 4 . Oblicz promień okręgu opisanego na tym trapezie i wykaż, że jedna z podstaw jest 4 razy większa od drugiej.
31. W koło o promieniu 5 wpisano trapez. Dłuższa podstawa trapezu jest średnicą okręgu, a przekątna trapezu ma długość 8 . Oblicz pole trapezu.
32. Oblicz promień koła opisanego na czworokącie $ABCD$ i obwód czworokąta jeżeli $|AD|=2$ $|DC|=4$ $|BC|=3$ i $\cos \angle ADC = -\left(\frac{1}{4}\right)$
33. Trapez równoramienny $ABCD$ o ramionach długości 6 wpisany jest w okrąg. Dłuższa podstawa AB trapezu, o długości 12 jest średnicą tego okręgu. Przekątne AC i BD przecinają się w punkcie P . Oblicz pole koła wpisanego w trójkąt ABP .
34. Na deltoidzie $ABCD$ można opisać okrąg. Promień tego okręgu jest równy 10 . Wiedząc, że $|AB| - |BC| = 4$ oblicz obwód deltoidu.
35. Na czworokącie wypukłym $ABCD$ można opisać okrąg wiadomo, że $|AB| = |BC| = \sqrt{3}$ oraz $\angle ADC = 60^\circ$ i $\angle DCA = 45^\circ$ oblicz długości pozostałych boków czworokąta

