

TRYGONOMETRIA - rozszerzona.

- 1). Kąt α spełnia warunek $\cos \alpha + \sin \alpha = \frac{4}{3}$. Oblicz wartości wyrażenia a) $|\cos \alpha - \sin \alpha|$ b) $\sin 4\alpha$
- 2). Wykaż, że dla dowolnego kąta α prawdziwa jest równość $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{1 + \cos^2 2\alpha}{2}$
3. Udowodnij, że dla dowolnego kąta $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ prawdziwa jest nierówność $\sin(\frac{\pi}{12} - \alpha) \cdot \cos(\frac{\pi}{12} + \alpha) < \frac{1}{4}$
4. Wyznacz największą wartość wyrażenia $\sin 3\alpha - \sqrt{3} \cos 3\alpha$
5. Wyznacz zbiór wartości funkcji a) $f(x) = \sin^2 x$ b) $f(x) = \cos x - \sin x$
6. Oblicz dokładne wartości wyrażen:
 - a) $\sin^4 45^\circ - \cos^4 45^\circ$
 - b) $\sin^2 15^\circ \cos^2 15^\circ$
 - c) $\frac{2 \sin 27^\circ \cos 27^\circ}{\sin 28^\circ \sin 64^\circ + \cos 28^\circ \sin 26^\circ}$
 - d) $\frac{8 \sin 5^\circ \cos 5^\circ \cos 10^\circ}{\cos 70^\circ}$
7. Wykaż, że $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = 4$

8. Rozwiąż równania

- a) $2\cos^2 x - 5\sin x - 4 = 0 \quad x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$
- b) $2\sin^2 x - 7\cos x - 5 = 0$
- c) $\cos 2x + 2 = 3\cos x$
- d) $\sin^2 2x - 4\sin^2 x + 1 = 0 \quad x \in (-\pi; 2\pi)$
- e) $\sqrt{3}\sin x + \cos x = -1 \quad x \in (0; 3\pi)$
- f) $\sin 2x + \sqrt{3}\sin x = 0$
- g) $\sin^3 x - 3\sin x \cos^2 x - 3\cos^3 x + \sin^2 x \cos x = 0$
- h) $3\sin(x - \frac{\pi}{4}) + \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 1 \quad x \in (0, 2\pi)$
- i) $\sin 6x + \cos 3x = 2\sin 3x + 1 \quad x \in (0, \pi)$
- j) $4\sin x \cos^2 x - 1 = 2\sin 2x - \cos x \quad x \in (0, 2\pi)$
- k) $\cos x \left(\sin(x - \frac{\pi}{3}) + \sin(x + \frac{\pi}{3}) \right) = \frac{1}{2} \sin x$
- l) $4\sin 7x \cos 2x = 2\sin 9x - 1 \quad x \in (0, \pi)$
- m) $\sin 5x + 2\sin^2 x = 1 - \sin x$
- n) $\cos x - \tan^2 x \cos x = 1$
- o) $\tan x - 1 = \sin x - \cos x$
- p) $3\sin x + \tan x = 2\sqrt{3}\sin x + 3\cos x \quad x \in (0, 2\pi)$
- r) $(\sin x + \cos x)^2 = \cos 2x$
- s) $\frac{1}{\tan x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = 2$