

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

ZESTAW ZADAŃ – POZIOM PODSTAWOWY

I. Elementy kombinatoryki

Zadanie 1. Wybieramy jedną liczbę ze zbioru $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ i jedną ze zbioru $\{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$. Na ile sposobów można wybrać te liczby, tak aby ich suma była nieparzysta?

Zadanie 2. Ile jest wszystkich liczb czterocyfrowych większych od 3200, utworzonych wyłącznie z cyfr $\{1, 2, 3\}$?

Zadanie 3. Ile można utworzyć liczb czterocyfrowych nieparzystych, używając cyfr $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, jeżeli każdą z tych cyfr można użyć tylko raz?

Zadanie 4. Ze zbioru $\{1, 2, 3, \dots, 200\}$ losujemy kolejno bez zwracania dwie liczby. Na ile sposobów pierwsza z wylosowanych liczb będzie podzielna przez 25, a druga niepodzielna przez 25?

Zadanie 5. Ile jest wszystkich liczb pięciocyfrowych, w których zapisie pierwsze dwie cyfry są parzyste, a pozostałe różne od 0 i podzielne przez 3?

Zadanie 6. Na ile sposobów można rozmieścić w 6 szufladach 4 bluzki, tak aby każda znalazła się w innej szufladzie?

Zadanie 7. Na ile sposobów można ustawić w rzędzie 4 chłopców i 4 dziewczyny, tak aby:

- a) chłopcy stali obok siebie? b) dziewczyny zajęły w rzędzie miejsca parzyste?

Zadanie 8. Rzucamy 5 razy kostką. Na ile sposobów w pierwszym i ostatnim rzucie wypadnie ta sama liczba oczek, a w każdym z pozostałych rzutów co najmniej 3 oczka?

Zadanie 9. Rzucamy 7 razy monetą. Na ile sposobów orzeł wypadnie co najmniej 2 razy?

Zadanie 10. Z klasy, w której jest 15 chłopców i 10 dziewczyn, wybrano jednocześnie 2 osoby. Na ile sposobów można tego było dokonać:

- a) w sposób dowolny? b) tak aby w parze znalazł się chłopak i dziewczyna?

Zadanie 11. Czterech znajomych spotkało się w cukierni i każdy zamówił po jednym ciastku (w ofercie było 8 różnych rodzajów ciastek). Na ile sposobów mogli tego dokonać?

Zadanie 12. Ile jest wszystkich liczb czterocyfrowych parzystych, w zapisie których nie występują cyfry 0 i 2?

Zadanie 13. Ile jest wszystkich liczb czterocyfrowych, w których żadna cyfra się nie powtarza, a liczba jest podzielna przez 25?

Zadanie 14. Ile jest liczb naturalnych trzycyfrowych, w których cyfra dziesiątek jest o 2 większa od cyfry jedności?

Zadanie 15. Ile jest liczb naturalnych pięciocyfrowych, w zapisie których nie występuje 0, jest dokładnie jedna cyfra 7 i dokładnie jedna cyfra parzysta?

Zadanie 16. W biegu finałowym wystartowało 5 Afrykanów, 2 Polaków i 1 Rosjanin. Każdy dotarł do mety na innym miejscu. Na ile sposobów:

- Polacy zajęli 2 pierwsze miejsca?
- Afrykańczycy ukończyli bieg na miejscach obok siebie?
- Rosjanin dobiegł na ostatnim miejscu, a jeden z Polaków wygrał?

Zadanie 17. Do przedziału w pociągu, w którym są 2 rzędy miejsc po 4 w każdym (w tym 2 przy oknie), weszło 5 osób (w tym *pan X*). Na ile sposobów mogą zająć miejsca, jeżeli przedział jest pusty, a *pan X* musi zająć miejsce przy oknie?

II. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa

Zadanie 1. Rzucamy 2 symetrycznymi monetami i kostką sześcienną. Oblicz prawdopodobieństwo wyrzucenia 2 orłów i liczby oczek podzielnej przez 3.

Zadanie 2. Ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ losujemy 2 różne liczby. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A – większą z wylosowanych liczb będzie liczba 6.

Zadanie 3. Rzucamy 4 razy monetą. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że orzeł wypadnie co najmniej 3 razy.

Zadanie 4. Rzucamy 2 razy kostką. Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania iloczynu oczek równego 12.

Zadanie 5. Wśród 240 osób język angielski zna 150 osób, język niemiecki – 120 osób, przy czym wśród tych jest 75 osób, którzy znają oba języki. Z grupy tej wybrano jedną osobę. Oblicz prawdopodobieństwo, że będzie znała co najmniej jeden z tych języków.

Zadanie 6. Ze zbioru wszystkich liczb dwucyfrowych o niepowtarzających się cyfrach wybieramy 1 liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że będzie ona podzielna przez 6 lub przez 9.

Zadanie 7. Ze zbioru liczb naturalnych dodatnich, które są mniejsze od 250, wybieramy losowo 1 liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że nie będzie ona kwadratem liczby całkowitej.

Zadanie 8. Dane są 2 zbiory: $\{-4, -1, 1, 5, 6, 7\}$ i $\{-4, -3, -2, 2, 3, 4, 5\}$. Z każdego z nich losujemy 1 liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że iloczyn wylosowanych liczb jest dodatni.

Zadanie 9. Wśród 200 losów były 4 wygrujące. Po wylosowaniu n losów, wśród których był dokładnie 1 wygrujący, szansa na wygraną była taka sama, jak na początku. Oblicz n .

Zadanie 10. Grupę uczniów ustawiono w 2 rzędach: w pierwszym 8 osób a w drugim 10 osób. Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia, że 2 wybrane losowo osoby stoją w tym samym szeregu i obok siebie?

Zadanie 11. Windą zatrzymującą się na 8 piętrach jedzie 5 osób. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że każda osoba wysiądzie na innym piętrze.

Zadanie 12. Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, \dots, 12\}$ losujemy bez zwracania 2 liczby i od pierwszej odejmujemy drugą. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że otrzymana różnica jest większa od 3.

Zadanie 13. W klasie jest n osób, w tym 7 dziewcząt. Wybrano losowo 1 osobę. Prawdopodobieństwo, że jest to chłopiec wynosi 0,75. Oblicz n .

Zadanie 14. Rzucamy 4 razy monetą. Oblicz prawdopodobieństwo, że liczba uzyskanych orłów będzie większa niż liczba uzyskanych reszek.

Zadanie 15. Dane są zbiory: $A = \{100, 200, 300, 400, 500, 600, 700\}$ i $B = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$. Z każdego z nich losujemy 1 liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo, że suma wylosowanych liczb jest podzielna przez 3.

Zadanie 16. Dane są zbiory: $A = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ i $B = \{-1, 0, 1, 2\}$. Z pierwszego zbioru losujemy 1 liczbę a , a z drugiego – 1 liczbę b i zapisujemy funkcję liniową $f(x) = ax + b$. Oblicz prawdopodobieństwo, że funkcja będzie rosnąca o dodatnim miejscu zerowym.

Zadanie 17. Ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$ losujemy 2 razy po 1 liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A – iloraz pierwszej wylosowanej liczby przez drugą jest liczbą całkowitą.

Zadanie 18. Ze zbioru $\{1, 2, 3, \dots, 2018\}$ losujemy bez zwracania 2 razy po 1 liczbie. Oblicz prawdopodobieństwo, że iloczyn tych liczb będzie liczbą parzystą.

Zadanie 19. Ze zbioru liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy 1 liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana liczba jest równocześnie mniejsza od 50 i podzielna przez 3.

Zadanie 20. Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy kolejno bez zwracania 2 liczby, jedną po drugiej. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że ich suma jest mniejsza od 26.

III. Obliczanie prawdopodobieństwa z użyciem drzewka

Zadanie 1. W pojemniku są 2 kule białe, 3 czerwone i 5 niebieskich. Losujemy 2 razy po 1 kuli bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo, że wśród wylosowanych kul będzie co najmniej 1 czerwona.

Zadanie 2. W każdym z trzech pojemników jest 1 kula czerwona i 2 kule białe. Z każdego pojemnika losujemy 1 kulę. Oblicz prawdopodobieństwo, że dokładnie 1 z tych wylosowanych kul będzie czerwona.

Zadanie 3. W klasie IIIA jest 10 chłopców i 20 dziewczyn, a w klasie IIIB jest 15 chłopców i 15 dziewczyn. Z każdej klasy losujemy po 1 osobie. Oblicz prawdopodobieństwo, że wśród wybranych osób będzie chłopak i dziewczyna.

Zadanie 4. Rzucamy 3 razy kostką. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że dokładnie 2 razy wyrzucimy liczbę oczek podzielną przez 3.

Zadanie 5. W loterii jest 1 los z wygraną 1000 zł, 3 losy z wygraną 500 zł i 96 losów pustych. Z loterii wylosowano 2 losy. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wygramy dokładnie 1000 zł.

Zadanie 6. Z grupy, w której jest 2 razy więcej chłopców niż dziewczyn, losujemy kolejno bez zwracania n osób. Prawdopodobieństwo zdarzenia, że będą to 2 dziewczyny wynosi $\frac{2}{21}$. Ile jest osób w tej grupie?

Zadanie 7. Dane są zbiory: $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ i $Z = \{2, 3, 4, 5, 6\}$. Z każdego z tych zbiorów losujemy po 1 liczbie. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że suma wylosowanych liczb będzie nieparzysta.

Zadanie 8. W zbiorze są 2 liczby i pewna liczba liter. Ze zbioru losujemy ze zwracaniem 2 razy po 1 elemencie. Prawdopodobieństwo wylosowania 2 liter wynosi $\frac{9}{16}$. Ile było liter w tym zbiorze?

Zadanie 9. I rodzina to rodzice i 3 dzieci, II rodzina to rodzice i pewna liczba dzieci. Z każdej rodziny losujemy po 1 osobie. Prawdopodobieństwo, że wylosowano rodzica i dziecko wynosi $\frac{9}{20}$. Ile jest dzieci w drugiej rodzinie?